

Technische Universität Dresden

**Regelungstechnische Konzepte zur Integration alternativer
Erzeugungsanlagen in lokale Energieversorgungsnetze
unter besonderer Berücksichtigung der Systemstabilität**

Piergiovanni La Seta

von der Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik
der Technischen Universität Dresden

zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktoringenieurs

(Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. habil. H. Güldner

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. P. Schegner

Prof. Dr.-Ing. M. Kizilcay

Prof. Dr.-Ing. habil. I. Erlich

Tag der Einreichung: 30.06.2006

Tag der Verteidigung: 26.03.2007

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	5
1 Einleitung.....	7
<i>1.1 Dezentrale, alternative Energieerzeugung.....</i>	<i>7</i>
<i>1.2 Lokale elektrische Energiesysteme</i>	<i>8</i>
<i>1.3 Systemstabilität lokaler Netze: Eine Übersicht.....</i>	<i>9</i>
<i>1.4 Erläuterung zur Struktur der vorliegenden Arbeit.....</i>	<i>10</i>
2 Windkraftanlagen als dezentrale elektrische Energieversorgung.....	13
<i>2.1 Arten von Generatoren für Windkraftanlagen.....</i>	<i>13</i>
<i>2.2 Modellierung von Windkraftanlagen.....</i>	<i>15</i>
2.2.1 Das dynamische Asynchronmaschinenmodell	15
2.2.2 Maschinengleichungen im stationären Zustand.....	21
2.2.3 Mechanisches Modell einer Windkraftanlage	25
3 Stabilitätsuntersuchung rotierender Maschinen mittels der Lyapunov-Analyse	29
<i>3.1 Grundlagen des Lyapunov-Lehrsatzes.....</i>	<i>29</i>
<i>3.2 Lyapunov-Funktionen für rotierende Maschinen</i>	<i>30</i>
3.2.1 Mechanisches Ein-Massen-Modell.....	30
3.2.2 Mechanisches Zwei-Massen-Modell	32
<i>3.3 Lyapunov-Analyse für Synchronmaschinen</i>	<i>33</i>
<i>3.4 Lyapunov-Analyse für Kurzschlussläufer-Asynchronmaschinen.....</i>	<i>41</i>
3.4.1 Maschinenkennlinie bei fester Knotenspannung	41
3.4.2 Abhängigkeit des Spannungsbetrags vom Schlupf.....	46
3.4.3 Ergebnisse bei mechanischem Ein-Massen-Modell	51

3.4.4	Ergebnisse bei mechanischem Zwei-Massen-Modell	56
3.5	<i>Studie zur Stabilität von doppelt gespeisten Asynchronmaschinen</i>	62
3.6	<i>Vergleich der Stabilitätsuntersuchungen rotierender Maschinen</i>	65
4	Regelung doppeltgespeister Asynchronmaschinen zur Verbesserung der dynamischen und transienten Stabilität	67
4.1	<i>Allgemeiner Aufbau der Maschinenregelung.....</i>	67
4.2	<i>Regelkreis des Rotorwechselrichters.....</i>	68
4.2.1	Interner Kreis	68
4.2.2	Externer Kreis	71
4.3	<i>Regelkreis des Netzstromrichters</i>	74
4.4	<i>Regelung der mechanischen Leistung durch den Pitchwinkel</i>	75
4.5	<i>Neues Verfahren zur Verbesserung der transienten Stabilität.....</i>	76
5	Untersuchung der Systemstabilität bei Betrieb am starren Netz und im Inselnetz.....	81
5.1	<i>Vereinfachte analytische Untersuchung der Systemstabilität</i>	81
5.2	<i>Ergebnisse der Simulation bei Betrieb am starren Netz.....</i>	89
5.2.1	Beschreibung des untersuchten Systems.....	89
5.2.2	Untersuchung der dynamischen Stabilität.....	90
5.2.3	Untersuchung der transienten Stabilität	93
5.3	<i>Ergebnisse der Simulation im Inselnetzbetrieb.....</i>	95
5.3.1	Beschreibung des untersuchten Systems.....	95
5.3.2	Untersuchung der transienten Stabilität	96
6	Zusammenfassung	99
7	Literaturverzeichnis	103
8	Formelzeichen und Abkürzungen	107
9	Anhang	111
9.1	<i>Daten und Parameter der untersuchten und simulierten Anlage</i>	111

9.2	<i>Ableitung von Gleichungen.....</i>	<i>114</i>
9.2.1	Dynamische Maschinengleichungen einer Asynchronmaschine.....	114
9.2.2	Stromkomponenten einer Asynchronmaschine im stationären Betrieb..	116
9.2.3	Lyapunov-Funktion eines Zwei-Massen-Modells	119

Vorwort

Diese Arbeit entstand während meiner Tätigkeit in den Jahren 2003 – 2006 am Institut für elektrische Energieversorgung und Hochspannungstechnik der Technischen Universität Dresden im Rahmen des Graduiertenkollegs „Lokale Innovative Energiesysteme“.

Ich möchte mich sehr herzlich bei meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. P. Schegner bedanken. Durch seine Anregungen und die Aufmerksamkeit, die er den vielen Schritten zum Gelingen dieser und weiteren Arbeiten schenkte, hat er zu meiner professionellen Ausbildung entscheidend beigetragen. Ich bedanke mich bei ihm auch für die Menschlichkeit und das Verständnis, die er zu mir immer gezeigt hat.

Ein herzlicher Dank gilt den Stipendiatinnen und Stipendiaten des Graduiertenkollegs. Insbesondere möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. P. Büchner und Frau Dr.-Ing. B. Knöfel für die vielen Hinweise und Diskussionen, sowie für die Unterstützung zu meiner Promotion bedanken.

Ich bedanke mich recht herzlich beim Herrn Prof. Dr.-Ing. I. Erlich für die vielen Diskussionen und Anregungen sowie für die Übernahme des Gutachtens. Ein besonderer Dank gilt Herrn Dr.-Ing. E. Lerch für seine Unterstützung und Ratschläge.

Bei den wissenschaftlichen Mitarbeitern des IEEH möchte ich mich für die erfolgreiche Zusammenarbeit und die schönen Momente außerhalb der wissenschaftlichen Tätigkeit bedanken: Dr.-Ing. H. Bauer, K.-H. Freytag und J. Meyer, Dipl.-Ing. T. Bohn, G. Pilz, O. Seifert, S. Höpfner, R. Luxenburger, R. Luther, P. Vlcek, P. Stachel, C. Henze und J. Dickert, Frau M. Markow und Frau R. Scharf.

Besonders und ganz herzlich bedanke ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Mustafa Kizilcay, der auch Gutachter dieser Dissertation ist. Dank seiner Bemerkungen, seiner hilfreichen Hinweise (beruflichen und nicht nur) und vor allem seiner Freundschaft hat er mich bedeutsam unterstützt. Ich habe in ihm sowohl den Wissenschaftler als auch (zusammen mit seiner liebevollen Frau Canan) einen echten und ehrlichen Freund gefunden. Ihm möchte ich diese Arbeit widmen.

Ich möchte mich noch an alle Freunde und Bekannten aus Italien, Deutschland und dem Rest der Welt erinnern, mit denen ich viele angenehme Momente hier in Dresden erlebt habe.

Schließlich bedanke ich mich bei meiner Familie (Mutter Renata, Schwester Rosamaria und Schwager Biagio, Großeltern Cataldo und Rosetta) und bei Carolina für ihre Unterstützung, ihre Ratschläge, ihre Geduld und ihre Liebe.

1. Einleitung

1.1. *Dezentrale, alternative Energieerzeugung*

In zukünftigen Elektroenergiesystemen wird die dezentrale, häufig auf erneuerbaren Quellen basierende Energieversorgung eine große Bedeutung einnehmen. Das Interesse an dieser Art der elektrischen Energieversorgung ist seit mehr als einem Jahrzehnt ständig gewachsen. Ein Grund hierfür ist die Nutzung von erneuerbaren Primärenergiequellen, bei denen teilweise keine Brennstoffkosten und keine Kosten für CO₂-Emission auftreten. Durch die hohen spezifischen Investitionskosten und die geringeren Benutzungsdauerstunden sind die Gestehungskosten der elektrischen Energie jedoch noch sehr hoch. Ein weiterer Grund für die Dezentralisierung ist der technische Fortschritt auf dem Gebiet der Turbinen und Brennstoffzellen. Es ist gelungen auch kleinere Einheiten mit sehr hohen Wirkungsgraden zu entwickeln. Durch die gleichzeitig lokale Nutzung von elektrischer Energie und Prozesswärme für z.B. Heizwecke steigt die Gesamteffektivität und die Umweltbelastung sinkt.

Bei der Nutzung der erneuerbaren Energiequellen im großen Umfang werden in der Regel Erzeugungsmaschinen kleiner bis mittlerer Leistung, z. Zt. bis 5 MVA eingesetzt. Diese werden normalerweise in größerer Anzahl installiert.

Bedeutendste Nachteile ist die Dargebotsabhängigkeit vieler erneuerbaren Energiequellen (z.B. Sonnen und Wind) und, wie bereits erwähnt, die hohe Erzeugungskosten pro kWh. Die Fortschritte der Technik und der Wissenschaft haben jedoch die Nutzung erneuerbarer Energiequellen immer günstiger und attraktiver gemacht.

Die wachsende Präsenz der dezentralen Erzeugung in verschiedenen Spannungsebenen des elektrischen Netzes erfordert neue Konzepte zur Regelung des elektrischen Energieversorgungssystems. Insbesondere gibt es eine Tendenz auch kleine Netzbereiche autonome, d.h. vom Verbundnetz unabhängig zu betreiben. In diesem Zusammenhang müssen die Stabilitäts- und Regelungsaspekte immer stärker berücksichtigt werden.

Die Definition von neuen, möglichen Szenarien, die die dezentrale Energieerzeugung betreffen, wird in den nächsten Jahren eine wichtige und herausfordernde Aufgabe für Netzplaner und -betreiber. Dezentrale Erzeugungseinheiten können z.B. in großer Zahl an das Hochspannungsnetz angeschlossen oder in lokale Energiesysteme eingesetzt werden. In beiden Fällen müssen die Erzeugeranlagen auch im Fehlerfall mit dem Netz verbunden bleiben, da sie an der Systemstabilität beteiligt sind. Dies gilt insbesondere für ein lokales Energiesystem. Deshalb sind spezielle Regelungsstrategien und Stabilisierungsverfahren notwendig.

Die vorliegende Untersuchung konzentriert sich auf die Beurteilung und die Verbesserung der Stabilität von Windkraftanlagen (WKA). Die Nutzung von Windenergie spielt in Deutschland eine sehr wichtige Rolle. Wegen ihrer Flexibilität wird die doppelt gespeiste Asynchronmaschine (ASM) als Windkraftgenerator immer häufiger genutzt. Bei diesen Maschinen wird der Stator der Maschine an das Netz angeschlossen und der Rotor durch einen bidirektionalen Umrichter mit variabler Frequenz versorgt. Zwei weitere genutzte Technologien basieren auf Synchrongeneratoren und Kurzschlussläufer-ASM.

Die Integration von WKA zur dezentralen Energieversorgung in lokale Energienetze unter besonderer Berücksichtigung der Systemsstabilität ist das Ziel dieser Arbeit. Hierfür muss die Analyse der Stabilität einer WKA sowohl qualitativ als auch quantitativ durchgeführt werden, um die Faktoren zu ermitteln, die zur Verbesserung der Systemsstabilität beitragen. Der darauf basierte Entwurf von Regelstrategien für ein verbessertes dynamisches und transientes Verhalten wird theoretisch und durch numerische Simulationen validiert.

1.2. Lokale elektrische Energiesysteme

Ein lokales Energiesystem (auch als dezentrales Energiesystem oder mit dem englischen Begriff Microgrid bezeichnet) ist eine strukturierte Gesamtheit von Komponenten in einem Gebiet, deren energetische Grenzen eindeutig und unmittelbar zu erkennen sind. Diese Grenzen sind durch die gesamte Energieproduktion und durch die Energiebilanz definiert.

Eine quantitative Definition eines lokalen Energiesystems ist im Allgemeinen nicht möglich, denn sowohl sehr kleine Strukturen (ein Krankenhaus, eine Schule) als auch mäßig ausgedehnte Strukturen (eine Gruppe von Dörfern, eine kleine Stadt) können als lokale Energiesysteme bezeichnet werden. Die Menge der Energie und Leistung für solche Systeme sind jedoch in der Regel klein. Wesentliche Eigenschaften lokaler Energiesysteme sind deshalb die begrenzte geographische und energetische Dimension, die Nähe von Erzeuger und Verbraucher und die Anwendung dezentraler Energieversorgung.

Die Untersuchung eines lokalen Energiesystems kann verschiedene Aspekte des Systems betrachten. Die vorliegende Arbeit berücksichtigt die elektrische Energie als Energieform, die Generation als Funktion des elektrischen Systems und die Stabilität als zu untersuchenden Aspekt.

In einem lokalen Energiesystem sind alle Generatoren an der Systemstabilität beteiligt. Daher sind Maßnahmen nötig, damit alle Generatoren auch im Fehlerfall nicht getrennt werden. Weiterhin ist nicht nur die Erhöhung der Stabilitätsgrenze gefordert, sondern auch die Verbesserung des dynamischen Verhaltens aller Generatoren, um einen stabilen Arbeitspunkt schnell und mit weniger Belastung für das Gesamtsystem zu erreichen.

Lokale Energiesysteme können sowohl an ein übergeordnetes Netz angeschlossen sein oder ein Inselnetz bilden. Im ersten Fall bestehen durch das Netz die Spannungs- und Frequenzreferenzen, so dass sich ein „Stabilisierungseffekt“ durch das Netz für die Stabilität ergibt. Das angeschlossene Netz stellt quasi einen äquivalenten Generator dar, welcher durch ein sehr großes (idealerweise unendlich großes) Trägheitsmoment charakterisiert ist.

Als Beispiel kann man einen Synchrongenerator am starren Netz betrachten. Ein kurzer Fehler auf einer Parallelleitung verursacht am Synchrongenerator ein Ungleichgewicht zwischen aufgenommener mechanischer und gelieferter elektrischer Leistung, welches sich durch eine Veränderung der Rotorwinkelgeschwindigkeit auswirkt. Nach der Trennung der fehlerhaften Leitung und vorausgesetzt, dass die Belastbarkeit der anderen Leitung nicht überschritten wird, gleicht das angeschlossene Netz die Leistungsspendelungen des Synchrongenerators aus, auch ohne Änderung der Erregungsspannung und des mechanischen Drehmoments.

In einem Inselnetz sind die Spannungs- und Frequenzreferenzen, die für jeden anwesenden Generator abgestimmt werden, durch deren Regler zu verfolgen. Dies bedeutet, dass Spannungs- und Frequenzregler für jeden oder für die meisten Generatoren notwendig sind. Durch diese Regler wird das System bei den vordefinierten Arbeitspunkten gehalten.

Die Frequenzregelung kann von demjenigen Generator realisiert werden, der das größte Trägheitsmoment hat, da von den Effekten der Netzstörungen am wenigsten beeinflusst wird. Dieses Trägheitsmoment ist jedoch viel kleiner als das äquivalente Trägheitsmoment eines sehr großen (übergelagerten) Netzes. In einem Inselnetz ist es deshalb schwieriger, eine Stabilität des gesamten Systems in engen Grenzen zu erlangen.

1.3. Systemstabilität lokaler Netze: Eine Übersicht

Die Beurteilung der Stabilität von lokalen Energiesystemen und einzelnen Generatoren erfolgt durch Untersuchungen, die die Stabilitätsgrenze des Systems und der einzelnen Generatoren ermitteln. Hierfür können analytische Verfahren angewandt werden.

Die zwei Lehrsätze von Lyapunov sind die bekanntesten allgemeinen Methoden zur Bewertung der Stabilität eines nichtlinearen, dynamischen Systems.

Der erste Lehrsatz (oder die erste Methode) von Lyapunov betrachtet die Stabilität eines nichtlinearen Systems für geringe Änderungen des Arbeitspunktes um den stabilen Gleichgewichtspunkt. Unter der Voraussetzung, dass das Systemverhalten in der unmittelbaren Nähe des stabilen Gleichgewichtspunktes ungefähr linear ist, kann das System in diesem Bereich als linear betrachtet werden (man spricht von „linearisiertem“ System). In diesem Fall kann die Theorie der linearen Systeme angewandt werden, die durch die Analyse der Eigenwerte eine Aussage über die Stabilität des Systems ermitteln [3]:

- Wenn alle Eigenwerte der Systemmatrix des linearisierten Systems einen negativen Realteil haben, dann ist das System asymptotisch stabil.
- Wenn mindestens ein Eigenwert der Systemmatrix des linearisierten Systems einen positiven Realteil hat, dann ist das System instabil.
- Wenn manche Eigenwerte der Systemmatrix des linearisierten Systems einen Realteil gleich Null haben, dann ist eine Aussage über die Systemsstabilität durch die erste Vereinfachung (Linearisierung) erst nicht möglich [3].

Der zweite Lehrsatz (oder die zweite Methode, oder die direkte Methode) von Lyapunov betrachtet die Stabilität eines nichtlinearen Systems im Allgemeinen. Die Anwendung der Methode beruht darauf, eine Funktion für das zu untersuchende System zu ermitteln, die bestimmte Voraussetzungen erfüllt. Wenn diese Funktion formuliert wird, ist eine Aussage über die Systemstabilität möglich.

Die direkte Methode von Lyapunov ist sehr robust und zuverlässig. Es gibt jedoch zwei grundsätzliche Nachteile dieser Methode. Der erste Nachteil besteht darin, dass die Lyapunov-Funktion auf das jeweilige System bezogen ist, so dass eine Änderung des betrachteten

Systems (z.B. eine neue Komponente, eine neue Systemgleichung) zur Ungültigkeit der aktuellen Lyapunov-Funktion führt. Deshalb muss eine neue Lyapunov-Funktion formuliert werden.

Der zweite Nachteil besteht darin, dass es nicht einfach ist, eine Lyapunov-Funktion für das zu untersuchende System zu finden. Das Hauptkonzept hinter der Definition einer Lyapunov-Funktion für die Stabilitätsuntersuchung eines dynamischen Systems ist, dass jeder Teil des Systems zur Definition dieser Funktion beiträgt und dass diese Funktion mit der zeitlichen Systementwicklung kontinuierlich zu einem Minimum führt. Ein typisches Beispiel für eine Lyapunov-Funktion ist die Bewertung der Energie in einem mechanischen System [4].

Eine Anwendung der direkten Lyapunov-Methode auf Synchrongeneratoren ist die Basis der bekannten Flächenmethode [3], [1]. In der vorliegenden Arbeit richtet sich die Anwendung der Lyapunov-Analyse auf Asynchrongeneratoren für WKA.

Das für die Stabilitätsuntersuchung mit der direkten Lyapunov-Methode betrachtete Energiesystem besteht aus einer WKA mit einer Kurzschlussläufer-ASM und einer Leitung, die die Verbindung zu einem Hochspannungsnetz herstellt. Die Lyapunov-Analyse wird an der Kurzschlussläufermaschine angewandt, da dieses System einfacher zu beschreiben ist als die doppelt gespeiste ASM.

Die Analyse besteht aus zwei Schritten: 1) Ermittlung einer Lyapunov-Funktion, die für jede rotierende Maschine gültig ist; 2) Identifizierung einer Beziehung, die die Wirkleistung der Kurzschlussläufer-ASM beschreibt und die Anwendung der allgemeinen Lyapunov-Funktion in diesem konkreten Fall ermöglicht. Das Ergebnis der Lyapunov-Analyse wird dann mit der mechanischen Kennlinie der Maschine verglichen.

Der mechanische Teil einer WKA besteht normalerweise aus verschiedenen rotierenden Massen und Wellen. Dieses mechanische System wird oft auf vereinfachter Art durch ein Ein-Massen-Modell beschrieben. Für dieses Modell werden die Steifigkeitskoeffizienten der Wellen zwischen den rotierenden Massen und der Massen selbst als unendlich groß betrachtet, so dass alle Massen durch eine äquivalente Masse angenommen werden können. Das Verhalten von mehreren rotierenden Massen und deren gegenseitige Beeinflussung kann sich jedoch in Abhängigkeit von der Konstruktion wesentlich von der Modellierung durch eine einzelne Masse unterscheiden.

1.4. Erläuterung zur Struktur der vorliegenden Arbeit

Kapitel 2 der vorliegenden Arbeit gibt einen Überblick über WKA als dezentrale elektrische Energieversorgungseinheiten. Die verschiedenen Arten von Generatoren für WKA werden hierzu dargestellt. Dieses Kapitel befasst sich weiterhin mit der mathematischen Modellierung von Asynchronmaschinen für WKA.

Im Kapitel 3 wird die Stabilität von rotierenden Maschinen mittels der Lyapunov-Analyse bewertet. Nach der Erläuterung des Lyapunov-Lehrsatzes, worauf die Analyse basiert, werden die Lyapunov-Funktionen für allgemeine rotierende Maschinen ermittelt, welche ein mechanisches Ein-Massen-Modell und ein mechanisches Zwei-Massen-Modell betrach-

ten. Das Kapitel widmet sich der Anwendung dieser Funktionen für die Stabilitätsuntersuchung hauptsächlich für Kurzschlussläufer-ASM, aber auch für Synchronmaschinen. Basierend auf vereinfachten Maschinenkennlinien und auf den in diesem Kapitel erreichten Ergebnissen ist eine Aussage über die Stabilität von doppelt gespeisten ASM möglich.

Kapitel 4 befasst sich mit dem Entwurf der Regelkreise für doppelt gespeiste Asynchronmaschinen. Ziel des Kapitels ist, eine Regelstruktur zur Verbesserung des dynamischen Verhaltens vorzustellen. Nach der Erläuterung über den Aufbau der Maschinenregelung werden die Regelkreise des Rotorstromrichters, des Netzstromrichters und der mechanischen Leistung (durch den Pitchwinkel) detailliert dargestellt. Das Kapitel gibt dazu einen Überblick über das neue Verfahren zur Verbesserung des dynamischen Verhaltens. Die Beschreibung der dynamischen und transienten Stabilität von doppelt gespeisten Asynchronmaschinen ist bis heute noch nicht eindeutig definiert. Große Drehzahlen können im weiten Bereich durch veränderte Einspeisung des Rotors ausgeglichen werden. Unter diesem Gesichtspunkt bleibt noch offen, ob die doppelt gespeiste Asynchronmaschine einen Beitrag zur Netzstabilisierung liefern kann.

Kapitel 5 stellt die Untersuchung der Systemstabilität bei Betrieb am starren Netz und im Inselnetzbetrieb dar. Die untersuchten Systeme werden hier beschrieben und die Simulationsergebnisse bei dynamischen und transienten Systemänderungen gezeigt.

Kapitel 6 bietet eine Zusammenfassung dieser Arbeit. Aus den theoretischen Überlegungen und den Ergebnissen der numerischen Simulation verschiedener Netzstrukturen werden Schlussfolgerungen über die Problematik der Integration alternativer Energieerzeugungsanlagen in lokale Energienetze und mögliche Lösungswege gezogen.

2. Windkraftanlagen als dezentrale elektrische Energieversorgung

2.1. Arten von Generatoren für Windkraftanlagen

Zur Umwandlung von Windenergie in elektrische Energie werden heutzutage drei Arten von Windkraftanlagen (WKA) benutzt.

Für WKA mit kleiner Nennleistung sind Kurzschlussläufer-Asynchronmaschinen (Bild 2.1) hinsichtlich des Kompromisses zwischen Kosten und erzeugter Leistung die beste Wahl. Der Rotor der Maschine ist fest mit der Turbine durch eine Welle gekoppelt. Ein Getriebe ist normalerweise vorhanden. Die Statorwicklungen der Maschine werden direkt ans Netz angeschlossen. Da sowohl die Frequenz als auch der Betrag der Netzspannung nicht regelbar sind, wird der Arbeitspunkt der Maschine nur durch die mechanische Leistung festgelegt. Bei jedem Arbeitspunkt arbeitet eine WKA mit Kurzschlussläufer-ASM mit einer bestimmten Rotorwinkelgeschwindigkeit.

Diese Anlagen bieten oft eine grundlegende Steuerung der Rotorwinkelgeschwindigkeit (durch umschaltbare Pole) und der erzeugten Leistung (durch Pitchwinkelregelung, Verringerung des Stall-Effektes) [23]. Durch das Fehlen von komplexeren Regelstrukturen werden jedenfalls ein starkes angeschlossenes Netz und ein robustes mechanisches System verlangt, um stationär und dynamisch (z.B. infolge eines Windstoßes) stabil zu arbeiten. Der Aufwand für geeignete mechanische Systeme kann dennoch bei hohen Leistungen sehr groß werden [20].

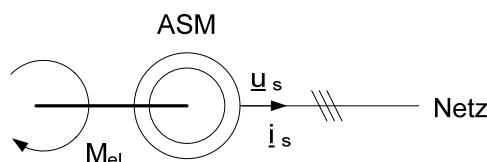


Bild 2.1: Kurzschlussläufer-ASM-Turbine

Eine zweite Art von Generatoren für WKA sind Multipol-Synchrongeneratoren, welche extern oder durch permanente Magnete erregt werden können. Typischerweise arbeiten diese Generatoren bei geringen Rotorwinkelgeschwindigkeiten, so dass kein Getriebe nötig ist. Der Anschluss zum Netz erfolgt durch einen AC/DC/AC Umrichter (Bild 2.2). Pitchwinkelregelung für die Begrenzung der aufgenommenen mechanischen Energie ist üblicherweise vorhanden.

Die WKA mit Synchrongenerator arbeiten mit variabler und regelbarer Rotorwinkelgeschwindigkeit. Diese Anlagen haben deshalb mehrere Vorteile im Vergleich zu den Anlagen mit Kurzschlussläufer-ASM. Sie verfügen über eine höhere Steuerbarkeit, wodurch mechanischer Stress verringert und dynamisches Verhalten verbessert werden kann. Die Regelung von elektromagnetischen Größen kann schneller und effizienter erfolgen als die Änderung von

mechanischen Parametern, mit Verbesserung der Elektroenergiequalität und des Wirkungsgrades [20].

WKA, die auf Synchrongeneratoren basieren, haben dennoch auch Nachteile. Leistungselektronische Umrichter und Filter für eine 100% übertragene Leistung bedeuten hohe Kosten. Der Wirkungsgrad der Umrichter für alle Arbeitspunkte spielt außerdem eine entscheidende Rolle, da die gesamte Leistung dadurch übertragen wird [20].

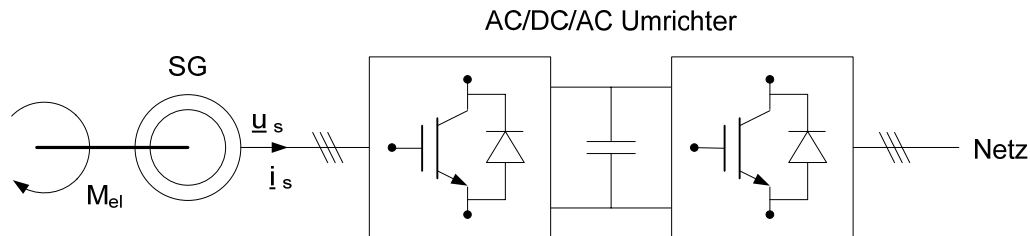


Bild 2.2: WKA basiert auf Synchrongenerator

Die dritte Technologie für WKA ist die doppelt gespeiste ASM (Englisch: „Doubly-Fed Induction Generator“, DFIG - Bild 2.3). Sowohl die Stator- als auch die Rotorwicklungen der Maschine sind zugänglich. Der Stator wird an das Netz (feste Frequenz und Spannungsbetrag) angeschlossen, der Rotor wird mit einem bidirektionalen und geregelten Umrichter verbunden (variable Frequenz und variabler Spannungsbetrag in Abhängigkeit von den Lastbedingungen). Weiterhin können auch im Niederspannungsbereich (690 V) relativ große Leistungen (2,5 MW und höher) ins Netz eingespeist werden.

Bei allen WKA speist der Generator im Normalbetrieb in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit, die jeweils maximal erzeugbare Wirkleistung ins Netz. Hierfür erfolgt eine optimale Regelung der Rotorwinkelgeschwindigkeit. Für Leistungen über dem Bemessungswert der WKA wird durch eine Pitchwinkelregelung die mechanische Antriebsleistung reduziert. Bei zu kleinen oder zu hohen Windgeschwindigkeiten wird der Generator abgeschaltet.

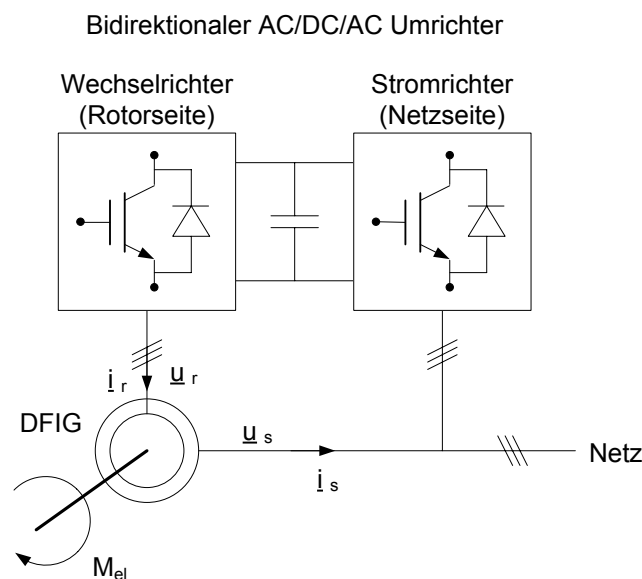


Bild 2.3: Doppelt gespeiste ASM in WKA

Im Vergleich zu den synchrongeneratorbasierten WKA haben die doppelt gespeisten ASM die Vorteile von preiswerten Ausstattungen (Umrichter, Filter) und niedrigeren Verlusten. Das ist möglich, denn der leistungselektronische Anteil beträgt typischerweise bis zu 25% der gesamten Nennleistung. Der Regelbereich für die Rotorwinkelgeschwindigkeit kann bis $\pm 33\%$ um die Synchronwinkelgeschwindigkeit betragen [20].

2.2. Modellierung von Windkraftanlagen

2.2.1. Das dynamische Asynchronmaschinenmodell

In diesem Abschnitt wird das dynamische Modell einer Asynchronmaschine hergeleitet. Für den allgemeinen Fall ist eine doppelt gespeiste Maschine zu berücksichtigen. Das Modell einer Kurzschlussläufermaschine entsteht vom allgemeinen Modell bei Annahme einer Rotorspannung gleich Null.

Zunächst folgt eine Beschreibung der Arbeitsweise einer Drehstrom-ASM. In dieser Maschine sind sowohl der Stator als auch der Rotor mit Drehstromwicklungen ausgerüstet. Je nach Struktur der Rotorwicklungen unterscheidet man zwischen Kurzschlussläufer- und Schleifringläufer-ASM. Im ersten Fall sind die Wicklungen auf dem Rotor durch Ringe an den Stirnseiten des Rotorblechpakets kurzgeschlossen (Bild 2.4). Diese Art von Maschine ist sehr robust und billig und wird deshalb für Industrie- und Verkehrsanwendungen sehr häufig eingesetzt. Im zweiten Fall sind die Wicklungen auf dem Rotor von Außen zugänglich. Diese Konfiguration bietet eine höhere Regelbarkeit im Vergleich zur Kurzschlussläufermaschine.

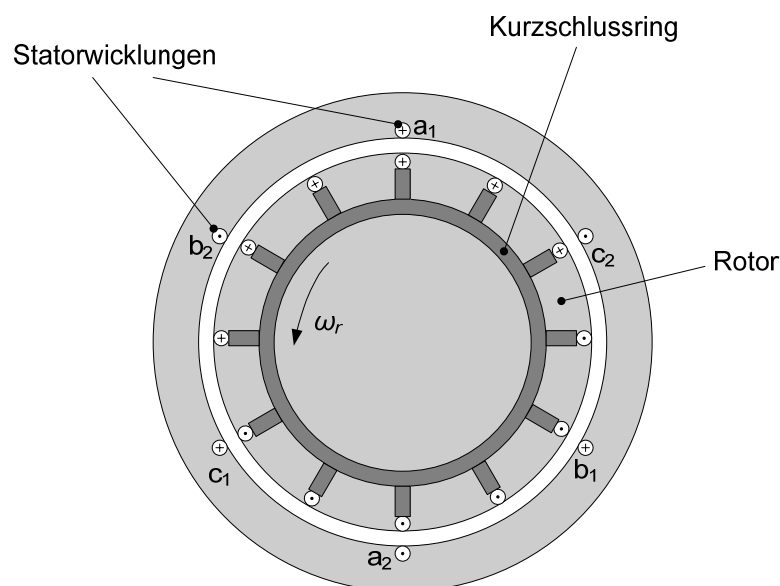


Bild 2.4: Struktur einer Kurzschlussläufer-ASM

Hierzu wird die Arbeitsweise einer Kurzschlussläufer-ASM auf Basis der Grundwellenverketzung vereinfacht erläutert. Drehspannungen und -ströme werden symmetrisch und si-

nusförmig zeitveränderlich angenommen. Wird der Stator einer Asynchronmaschine mit stehendem Rotor mit einer Spannung versorgt, werden durch das Statorfeld Spannungen in den Rotor induziert. Durch die induzierten Spannungen und die angelegten Rotorspannungen entstehen Rotorströme. Aus der gleichzeitigen Wirkung des Statorfeldes und der Rotorströme entsteht das Drehmoment, das die Rotormasse in Bewegung setzt. Die Rotorströme erzeugen gleichzeitig auch das magnetische Rotorfeld.

Die Frequenz der induzierten Rotorspannungen entspricht der Differenz zwischen den elektrischen Winkelgeschwindigkeit des Statorfeldes und der mechanischen Winkelgeschwindigkeit des Rotors ($f_r = |s|f_s$, wobei f_s die Stator- und f_r die Rotorfrequenz sind, und der Schlupf s gemäß (2.21) definiert wird).

Wenn die Winkelgeschwindigkeit des Rotors sich der Frequenz des Statorfeldes nähert, nähern sich die induzierten Rotorspannungen und die Rotorströme Null. Dadurch geht auch das Drehmoment gegen Null. Wenn die Maschine nicht belastet wird, befindet sie sich im Leerlaufzustand, die Rotorwinkelgeschwindigkeit ist sehr nah zur Synchrondrehzahl und das erzeugte Drehmoment entspricht dem benötigten, um die Reibung zu gewinnen und die Maschine in Bewegung zu halten.

Mit einer Belastung (entgegengesetztem Moment) ist die Rotorwinkelgeschwindigkeit kleiner als die Synchronwinkelgeschwindigkeit. Die Maschine arbeitet als Motor. Mit einem externen an die Maschine abgelieferten Drehmoment arbeitet die Maschine als Generator (die Rotorwinkelgeschwindigkeit ist größer als die Synchronwinkelgeschwindigkeit), wandelt also die eingehende mechanische in elektrische Energie um.

Im stationären Zustand (Normalbetrieb) fließt in den Statorwicklungen, die durch den Statorwiderstand R_s und die Statorreaktanz X_s nachgebildet sind, der Strom \underline{I}_s . Dieser Strom erzeugt ein magnetisches Feld im Stator. Ein großer Teil dieses Feldes ist mit den Rotorwicklungen gekoppelt, ein zweiter Teil erzeugt den Streufluss. Das mit dem Rotor gekoppelte Feld wird Hauptfeld genannt. Das Hauptfeld erzeugt im Rotor, der durch den Rotorwiderstand R_r und die Rotorreaktanz X_r nachgebildet ist, den Strom \underline{I}_r . Dieser Strom erzeugt ebenso ein magnetisches Feld im Rotor, das Rotorrückwirkung genannt wird. Das Rotorfeld ist im großen Teil mit dem Stator durch die Hauptreaktanz gekoppelt, während ein kleiner Teil das Rotorstreu Feld bildet. Die Stator- und Rotorstreureaktanzen werden mit $X_{\sigma s}$ und $X_{\sigma r}$, die Hauptreaktanz mit X_m bezeichnet.

Um die Gleichungen des dynamischen Maschinenmodells abzuleiten wird weiterhin eine dreiphasige Wicklung in einem äquivalenten zweiphasigen Bereich dargestellt.

Bild 2.5 zeigt das Ersatzschaltbild einer allgemeinen dreiphasigen Wicklung in Sternschaltung. Auf jeder Phase a , b und c ist ein Widerstand und eine Selbstinduktivität vorhanden. Zwischen den Phasen werden Gegeninduktivitäten angenommen. Diese Darstellung ist allgemeingültig, auch für unsymmetrische Lasten.

In den Gleichungen (2.1), welche die Schaltung im Bild 2.5 beschreiben, wird die Kopplung zwischen den Phasen berücksichtigt. Der magnetische Fluss ψ in jeder Phase hängt von den zeitveränderlichen Strömen in allen Phasen ab:

$$u_k = R_k i_k + \frac{d\psi_k}{dt}, \quad \psi_k = L_{kk} i_k + \sum_{j \neq k} L_{kj} i_j \quad k = a, b, c \quad (2.1)$$

Unter der Voraussetzung, dass die dreiphasige Wicklung symmetrisch ist, d.h. alle Widerstände, alle Selbstinduktivitäten und alle Gegeninduktivitäten untereinander gleich groß sind, dass der Sternpunkt nicht geerdet ist und die Maschine symmetrisch betrieben wird (reines Mitsystem), ist es möglich, diese dreiphasige Wicklung als eine äquivalente, zweiphasige und entkoppelte Wicklung darzustellen. Es treten in diesem Fall weder Nullsystem- noch Gegensystemströme auf. Die Vorteile dieser äquivalenten Darstellung sind grundsätzlich drei: die Entkopplung zwischen den Phasen (die Systemmatrizen sind diagonal, so dass jede Differentialgleichung unabhängig von den anderen ist); die Reduzierung der Systemkomponenten von drei auf zwei; die Möglichkeit, eine zeitlich konstante Transformationsmatrix zu benutzen.

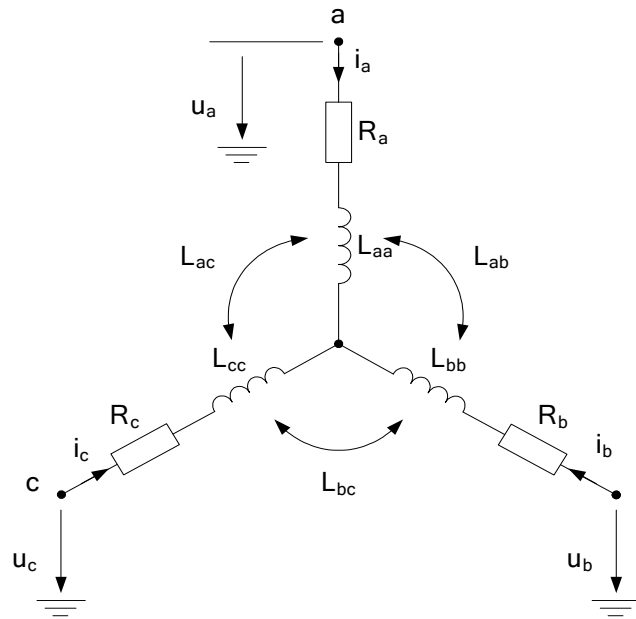


Bild 2.5: Ersatzschaltbild einer dreiphasigen Wicklung

Die Transformationsmatrix $\mathbf{T}_{\alpha\beta 0}$ (Tabelle 2 aus [42]) besitzt die Eigenschaft, dass ihre Inverse und ihre Transponierte gleich sind (somit ist $\mathbf{T}_{\alpha\beta 0}$ eine orthogonale Matrix).

$$\mathbf{T}_{\alpha\beta 0} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1} = \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^T = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}$$

Mit Hilfe dieser Transformationsmatrix berechnet man die folgenden Gleichungen für die äquivalente Beschreibung einer dreiphasigen Wicklung im so genannten $\alpha\beta 0$ -Bereich. In den nächsten Gleichungen werden die folgenden, zeitlich konstanten Größen unter der vorausgesetzten Wicklungssymmetrie eingefügt: $R_a = R_b = R_c = R$, $L_{aa} = L_{bb} = L_{cc} = L_t$ und $L_{ab} = L_{ac} = L_{bc} = M$:

$$u_k = Ri_k + \frac{d\psi_k}{dt} \quad k = \alpha, \beta, 0 \quad (2.2)$$

Die in Gleichung (2.1) angegebene Beziehung zwischen den Flüssen und Strömen sieht im Matrizenformat wie folgt aus:

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_t & M & M \\ M & L_t & M \\ M & M & L_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Daraus lassen sich die äquivalenten $\alpha\beta 0$ -Flüsse berechnen:

$$\begin{bmatrix} \psi_\alpha \\ \psi_\beta \\ \psi_0 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1} \begin{bmatrix} L_t & M & M \\ M & L_t & M \\ M & M & L_t \end{bmatrix} \mathbf{T}_{\alpha\beta 0} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_t - M & 0 & 0 \\ 0 & L_t - M & 0 \\ 0 & 0 & L_t + 2M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Sinusförmige Größe im Zeitbereich, wie die elektrischen Spannungen und Ströme sowie die dadurch erzeugten magnetischen Flüsse, sind im $\alpha\beta 0$ -Bereich auch sinusförmig. Zudem bleibt die Frequenz gleich. Die α -Wicklung ist phasengleich mit der a -Wicklung. Die β -Wicklung ist senkrecht zu der α -Wicklung und ist dadurch von dieser entkoppelt. Bei symmetrischen dreiphasigen Wicklungen in Sternschaltung, isoliertem Sternpunkt und symmetrischen Speisung sind die Spannung u_0 und der Strom i_0 gleich Null. Daher kann das Nullsystem vernachlässigt werden.

Die Darstellung einer dreiphasigen Wicklung in einem äquivalenten $\alpha\beta$ -Bereich erfolgt immer in einer absoluten Achsendarstellung (mit „festen“ Achsen). Deshalb sind die Signale in beiden Koordinatensystemen sinusförmig und haben die gleiche Frequenz. Eine Darstellung mit rotierenden Achsen ist jedoch in einem so genannten dq -Bereich möglich. Die Frequenz der im dq -Bereich dargestellten Signale entspricht dann der Differenz zwischen der Frequenz der Einspeisung und der Rotationsfrequenz der dq -Achsen. Das bedeutet, rotieren die dq -Achsen mit dieser Frequenz, so erscheinen die dq -Signale als Gleichkomponenten.

Die dq -Transformationsmatrix und ihre Inverse für Signale im $\alpha\beta$ -Bereich sehen wie folgt aus (Tabelle 4 aus [42]):

$$\mathbf{T}_{\alpha\beta-dq} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\alpha\beta-dq}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

Dabei wird der zeitveränderliche Winkel θ zwischen der rotierenden d -Achse und der festen α -Achse als:

$$\theta = \theta_0 + \int \omega_a(t) dt$$

definiert, wobei $\omega_a(t)$ die Kreisfrequenz des dq -Achsensystems und θ_0 der Anfangswinkel sind. Durch den Anfangswinkel können die Anfangswerte der d - und q -Komponenten gewählt werden.

Im Folgenden wird immer die Annahme gemacht, dass die betrachteten Maschinenwicklungen symmetrisch und aus lediglich drei Leitern bestehend (keine Sternpunktterdung) sind. Die 0-Wicklung wird deshalb vernachlässigt und nur die α - und β - bzw. die d - und q -Komponenten betrachtet.

Die Gleichungen im dq -Bereich einer dreiphasigen Wicklung, wobei die dq -Achsen mit einer Kreisfrequenz ω_a rotieren, können folgendermaßen abgeleitet werden [6]:

$$u_\alpha = u_d \cos \theta - u_q \sin \theta = R(i_d \cos \theta - i_q \sin \theta) + \frac{d\psi_\alpha}{dt} \quad (2.4)$$

$$u_\beta = u_d \sin \theta + u_q \cos \theta = R(i_d \sin \theta + i_q \cos \theta) + \frac{d\psi_\beta}{dt} \quad (2.5)$$

Durch Ableitung der α - und β -Komponenten des Flusses nach der Zeit folgt [6]:

$$\frac{d\psi_\alpha}{dt} = \frac{d\psi_d}{dt} \cos \theta - \frac{d\psi_q}{dt} \sin \theta - \omega_a \psi_d \sin \theta - \omega_a \psi_q \cos \theta \quad (2.6)$$

$$\frac{d\psi_\beta}{dt} = \frac{d\psi_d}{dt} \sin \theta + \frac{d\psi_q}{dt} \cos \theta + \omega_a \psi_d \cos \theta - \omega_a \psi_q \sin \theta \quad (2.7)$$

Setzt man die Ausdrücke (2.6) und (2.7) in die Gleichungen (2.4) und (2.5) ein, kann man nach Umformung schreiben:

$$u_d = Ri_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega_a \psi_q, \quad \psi_d = (L_t - M)i_d \quad (2.8)$$

$$u_q = Ri_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega_a \psi_d, \quad \psi_q = (L_t - M)i_q \quad (2.9)$$

Die Gleichungen (2.8) und (2.9) gelten für eine einzige, nicht gekoppelte dreiphasige Wicklung.

Die Gleichungen, durch welche die Wicklungen einer doppelt gespeisten ASM im dq -Bereich beschrieben werden, können im Matrizenformat formuliert werden. Dabei sind zwei miteinander gekoppelten dreiphasigen Wicklungen (Stator- und Rotorwicklung) zu berücksichtigen. Die Ausdrücke für die Komponenten der Stator- und Rotorspannung und des Stator- und Rotorflusses sind durch die Stator- und Rotorströme anzugeben. Werden die folgenden Vektoren für die genannten Größen spezifiziert:

$$\mathbf{u}_s = \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{i}_s = \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\psi}_s = \begin{bmatrix} \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u}_r = \begin{bmatrix} u_{rd} \\ u_{rq} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{i}_r = \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\psi}_r = \begin{bmatrix} \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix}$$

können die Maschinengleichungen anhand der Gleichungen (2.8) und (2.9) für die Stator- und Rotorwicklungen wie folgt geschrieben werden [6]:

$$\mathbf{u}_s = R_s \mathbf{i}_s + \frac{d\boldsymbol{\psi}_s}{dt} + \omega_a \mathbf{J} \boldsymbol{\psi}_s \quad (2.10)$$

$$\mathbf{u}_r = R_r \mathbf{i}_r + \frac{d\boldsymbol{\psi}_r}{dt} + (\omega_a - \omega) \mathbf{J} \boldsymbol{\psi}_r \quad (2.11)$$

$$\boldsymbol{\psi}_s = L_s \mathbf{i}_s + L_m \mathbf{i}_r \quad (2.12)$$

$$\boldsymbol{\psi}_r = L_m \mathbf{i}_s + L_r \mathbf{i}_r \quad (2.13)$$

wobei R_s und R_r Stator- und Rotorwiderstand sowie $L_s = L_{ts} - M_s$ und $L_r = L_{tr} - M_r$ Stator- und Rotorinduktivität (L_{ts} und L_{tr} : Stator- und Rotorselbstinduktivität, M_s und M_r : gegenseitige Stator- und Rotorinduktivität) darstellen. $L_m = 3/2 M_{sr}$ entspricht der Hauptinduktivität der Maschine (M_{sr} : Gegeninduktivität zwischen einer Phase des Stators und einer Phase des Rotors, wenn diese parallel orientiert sind). Weiterhin werden die Matrizen \mathbf{I} (Identitätsmatrix) und \mathbf{J} (Rotationsmatrix) benötigt:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Das mit Hilfe der Gleichungen (2.10) und (2.11) aufgestellte Differentialgleichungssystem besteht nach Einsetzen der Gleichung (2.12) und (2.13) aus 4 Gleichungen mit 5 Unbekannten. Angenommen, dass die Stator- und Rotorspannungen die Eingangsgrößen des Systems sind, können die vier Zustandsgrößen unterschiedlich ausgewählt werden.

Wenn die zwei Komponenten des Statorstromes und des Rotorflusses als Zustandsgröße gewählt werden, kann man die folgenden Vektorgleichungen schreiben [6] (siehe Anhang 9.2.1 für die Ableitung der Gleichungen):

$$\frac{d\mathbf{i}_s}{dt} = - \left(\frac{1}{\sigma} \left(\frac{1}{T_s} + \frac{1-\sigma}{T_r} \right) \mathbf{I} + \omega_a \mathbf{J} \right) \mathbf{i}_s + \frac{K_r}{\sigma L_s} \left(\frac{1}{T_r} \mathbf{I} - \omega \mathbf{J} \right) \boldsymbol{\psi}_r + \frac{1}{\sigma L_s} \mathbf{u}_s - \frac{K_r}{\sigma L_s} \mathbf{u}_r \quad (2.14)$$

$$\frac{d\boldsymbol{\psi}_r}{dt} = \frac{L_m}{T_r} \mathbf{i}_s - \left[\frac{1}{T_r} \mathbf{I} + (\omega_a - \omega) \mathbf{J} \right] \boldsymbol{\psi}_r + \mathbf{u}_r \quad (2.15)$$

wobei die in (2.14) und (2.15) eingefügten Formelzeichen wie folgt definiert sind [6], [7]:

$$K_r = \frac{L_m}{L_r}, \quad K_s = \frac{L_m}{L_s}, \quad \sigma = 1 - K_s K_r, \quad T_s = \frac{L_s}{R_s}, \quad T_r = \frac{L_r}{R_r}$$

Das System, das mit Hilfe der Vektorgleichungen der Maschine (2.14) und (2.15) beschrieben worden ist, kann in einer Kompaktform vereinfacht werden:

$$\frac{d\mathbf{i}_s}{dt} = (-a_1\mathbf{I} - \omega_a\mathbf{J})\mathbf{i}_s + a_2(a_3\mathbf{I} - \omega\mathbf{J})\boldsymbol{\Psi}_r + \frac{1}{\sigma L_s}\mathbf{u}_s - a_2\mathbf{u}_r \quad (2.16)$$

$$\frac{d\boldsymbol{\Psi}_r}{dt} = a_4\mathbf{i}_s - [a_3\mathbf{I} + (\omega_a - \omega)\mathbf{J}]\boldsymbol{\Psi}_r + \mathbf{u}_r \quad (2.17)$$

wobei die folgenden Parameter verwendet werden:

$$a_1 = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{1}{T_s} + \frac{1-\sigma}{T_r} \right), \quad a_2 = \frac{K_r}{\sigma L_s}, \quad a_3 = \frac{1}{T_r}, \quad a_4 = \frac{L_m}{T_r}$$

Aus den Gleichungen des elektrischen Maschinenteils kann man das elektromagnetische Drehmoment berechnen. Der Maschinenarbeitspunkt (durch den Schlupf spezifiziert) ist durch den Vergleich zwischen dem von der Maschine erzeugten elektromagnetischen Drehmoment und dem externen mechanischen Drehmoment festgelegt. Multipliziert man den transponierten Vektor \mathbf{i}_s mit der Vektorgleichung (2.10) und den transponierten Vektor \mathbf{i}_r mit der Vektorgleichung (2.11) und addiert man diese beiden, berechnet man die gesamte Leistung der Maschine. Daraus ergibt sich das mechanische Drehmoment (p ist die Polpaarzahl) [6]:

$$M_{el} = p K_r \mathbf{i}_s^T \mathbf{J} \boldsymbol{\Psi}_r \quad (2.18)$$

2.2.2. Maschinengleichungen im stationären Zustand

Die Maschinengleichungen einer doppeltgespeisten ASM im stationären Zustand werden in diesem Abschnitt bezogen auf rotierende d - und q -Achsen dargestellt. Die Achsen rotieren mit einer Winkelgeschwindigkeit ω_a , die der Winkelgeschwindigkeit der Statorspannungen entspricht. Unter diesen Bedingungen und im stationären Zustand können die dreiphasigen zeitabhängigen Größen als konstante Signale dargestellt werden, so dass alle Ableitungen nach der Zeit gleich Null sind. Die Maschinengleichungen im Vektorformat, Gleichungen (2.10) bis (2.13), lassen sich mathematisch wie folgt vereinfachen [6]:

$$\mathbf{u}_s = (R_s\mathbf{I} + \omega_a L_s \mathbf{J})\mathbf{i}_s + \omega_a L_m \mathbf{J} \mathbf{i}_r \quad (2.19)$$

$$\mathbf{u}_r = (R_r\mathbf{I} + s\omega_a L_r \mathbf{J})\mathbf{i}_r + s\omega_a L_m \mathbf{J} \mathbf{i}_s \quad (2.20)$$

wobei der Schlupf s eingeführt wird. Der Schlupf ist als die Abweichung der Rotorwinkelgeschwindigkeit von der synchronen Kreisfrequenz [8] definiert:

$$s = \frac{\omega_a - \omega}{\omega_a} \quad (2.21)$$

Für den stationären Zustand ($\omega = \text{konst.}$) wird das lineare System der Gleichungen (2.19) und (2.20) nach den vier Komponenten der Ströme (Stator- und Rotorströme) umgestellt (siehe Anhang 9.2.2 für die Ableitung der Gleichungen):

$$\mathbf{i}_s = \frac{1}{\Delta} (d_1 \mathbf{I} + d_2 \mathbf{J}) \mathbf{u}_s + \frac{1}{s \Delta} (d_3 \mathbf{I} + d_4 \mathbf{J}) \mathbf{u}_r \quad (2.22)$$

$$\mathbf{i}_r = \frac{1}{\Delta} (d_3 \mathbf{I} + d_4 \mathbf{J}) \mathbf{u}_s + \frac{1}{\Delta} (d_5 \mathbf{I} + d_6 \mathbf{J}) \mathbf{u}_r \quad (2.23)$$

In (2.22) und (2.23) sind die spezifizierten und vom Schlupf abhängigen Symbole anhand der im Abschnitt 2.2.1 eingeführten Bezeichnungen folgendermaßen definiert:

$$\Delta = \sigma L_m \left[1 + T_s^2 \omega_a^2 + 2 T_s T_r (1 - \sigma) \omega_a^2 s + T_r^2 \omega_a^2 (1 + \sigma^2 T_s^2 \omega_a^2) s^2 \right]$$

$$d_1 = K_s T_s \sigma \left[1 + T_s T_r (1 - \sigma) \omega_a^2 s + T_r^2 \omega_a^2 s^2 \right]$$

$$d_2 = -K_s T_s^2 \sigma \omega_a (1 + \sigma T_r^2 \omega_a^2 s^2)$$

$$d_3 = -\sigma T_s T_r (1 - \sigma) \omega_a^2 s (T_s + T_r s)$$

$$d_4 = -\sigma T_s T_r (1 - \sigma) \omega_a s (1 - \sigma T_s T_r \omega_a^2 s)$$

$$d_5 = K_r T_r \sigma \left[1 + T_s^2 \omega_a^2 + T_s T_r (1 - \sigma) \omega_a^2 s \right]$$

$$d_6 = -K_r T_r^2 \sigma \omega_a s (1 + \sigma T_s^2 \omega_a^2)$$

Bild 2.6 zeigt den Einfluss des Rotorspannungsbetrags auf das elektromagnetische Drehmoment für eine doppeltgespeiste ASM für drei verschiedene Drehmoment-Schlupf-Kennlinien. Die drei Kurven im Bild wurden mit Hilfe der Gleichungen (2.22) und (2.23) bestimmt, wobei jede Kurve auf ein unterschiedliches Verhältnis der Stator- und Rotorspannungsbeträge verweist. Die Maschinenparameter zur Bestimmung der Kennlinien im Bild 2.6 werden im Anhang 9.1 aufgelistet.

Der Punkt, wo elektromagnetisches und mechanisches Drehmoment gleich sind, bildet den Arbeitspunkt der Maschine. Bei verschiedenen Rotorspannungsbeträgen werden sich drei verschiedene Werte für den Schlupf, und damit drei verschiedene Rotorwinkelgeschwindigkeiten, für den stationären Fall einstellen. Die Rotorwinkelgeschwindigkeit variiert also je nachdem, wie groß die Rotorspannung ist.

Im Bild 2.6 ist es festzustellen, dass der Rotorspannungsbetrag auch einen Einfluss auf die Stabilitätsgrenze der Maschine hat. Bei höheren Rotorspannungen ist die Fläche zwischen mechanischer und elektromagnetischer Kennlinie entsprechend größer.

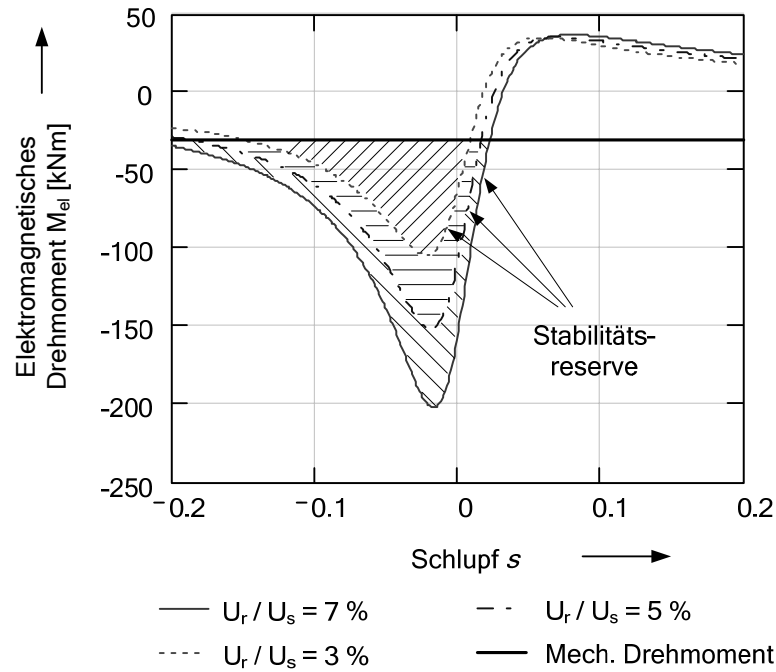


Bild 2.6: Drehmoment-Schlupf-Kennlinie einer doppelt gespeisten ASM im stationären Zustand bei verschiedenen Rotorspannungsbeträgen

Die Gleichungen, die das stationäre Verhalten einer Kurzschlussläufer-ASM im dq -Bereich beschreiben, können aus den Gleichungen (2.19) und (2.20) in der komplexen Ebene formuliert werden. Dies ist auch möglich, weil die d - und q -Achsen mit der Synchronwinkelgeschwindigkeit ω_a rotieren, so dass alle d - und q -Komponenten in der Synchronreferenz ausgedrückt sind. Darum kann die folgende komplexe Darstellung von d - und q -Komponenten eines beliebigen Signals, zum Beispiel Spannung \underline{u} , benutzt werden:

$$\underline{U} = U_d + jU_q$$

Im Fall von kurzgeschlossenen Rotorwicklungen ist die Rotorspannung gleich Null. Die stationären Maschinengleichungen werden daher wie folgt beschrieben (durch den hochgestellten Strich werden auf die Statorseite bezogenen Rotorparameter gekennzeichnet):

$$\underline{U}_s = (R_s + j\omega_a L_s) \underline{I}_s + j\omega_a L_m \underline{I}'_r \quad (2.24)$$

$$0 = (R'_r + js\omega_a L'_r) \underline{I}'_r + js\omega_a L_m \underline{I}_s \quad (2.25)$$

Nach mathematischer Umformung lassen sich die Gleichungen (2.24) und (2.25) als folgende schreiben:

$$\underline{U}_s = (R_s + j\omega_a L_{\sigma s}) \underline{I}_s + j\omega_a L_m (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) \quad (2.26)$$

$$0 = \left(\frac{R'_r}{s} + j\omega_a L'_{\sigma r} \right) \underline{I}'_r + j\omega_a L_m (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) \quad (2.27)$$

wobei die Stator- $L_{\sigma s}$ und die auf die Statorseite bezogene Rotorstreuinduktivität $L'_{\sigma r}$ definiert werden:

$$L_{\sigma s} = L_s - L_m \quad (2.28)$$

$$L'_{\sigma r} = L'_r - L_m \quad (2.29)$$

Bild 2.7 zeigt das äquivalente einphasige Ersatzschaltbild einer Kurzschlussläufer-ASM im stationären Zustand. Dieses basiert auf den Gleichungen (2.26) und (2.27). Bild 2.8 stellt dazu eine typische Drehmoment-Schlupf-Kennlinie einer Asynchronmaschine dar.

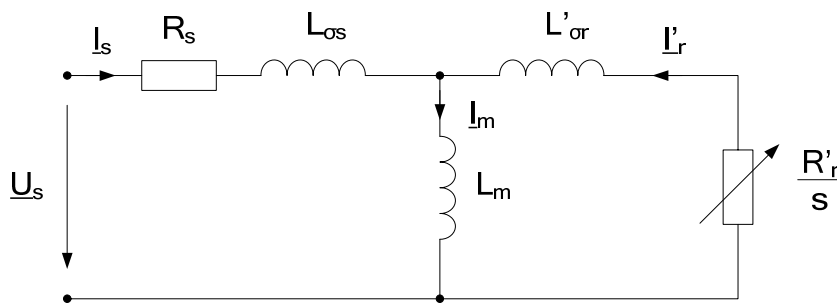


Bild 2.7: Einphasiges Ersatzschaltbild einer Kurzschlussläufer-ASM im stationären Zustand

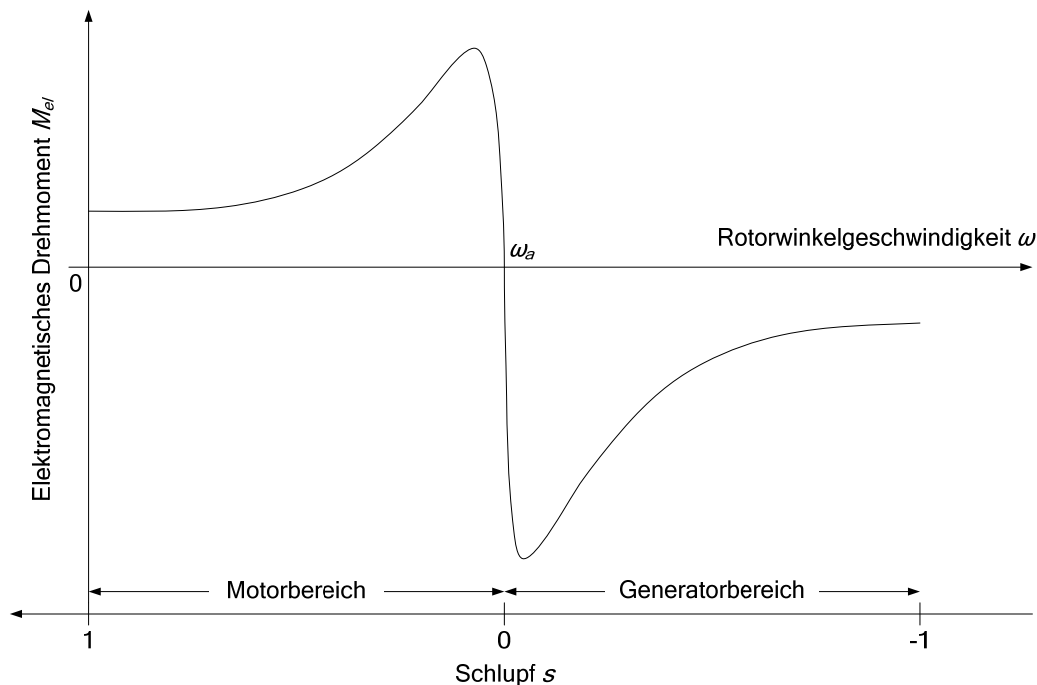


Bild 2.8: Typische Drehmoment-Kennlinie einer Kurzschlussläufer-ASM in Abhängigkeit von der Rotorwinkelgeschwindigkeit ω bzw. dem Schlupf s [11]

Die Matrizenform für die Darstellung der dynamischen Gleichungen (2.10) bis (2.13) ist besonders nützlich für den Entwurf von Regelstrukturen einer doppeltgespeisten ASM. Kapitel 4 befasst sich mit dieser Regelung.

Die Darstellung der stationären Gleichungen einer Kurzschlussläufer-ASM nach (2.26) und (2.27) im komplexen Bereich ist dagegen besser geeignet für die im Kapitel 3 vorgestellte Stabilitätsuntersuchung. Hierfür gilt die Annahme, dass die Zeitkonstante des mechanischen Systems wesentlich größer ist als die des elektrischen Systems. Dies ist mit einer Einzelschrittänderung des Schlupfes beim stationären Maschinenmodell zu erreichen.

2.2.3. Mechanisches Modell einer Windkraftanlage

Die Rotorwinkelgeschwindigkeit ω der Maschine berechnet sich, wie bereits erläutert, durch den Vergleich zwischen dem elektromagnetischen und dem mechanischen Drehmoment.

Das mechanische System einer rotierenden Maschine besteht aus verschiedenen rotierenden Massen, mindestens zwei (Rotor- und Turbinenmasse), und verbindenden Wellen. Die Winkelgeschwindigkeit der Turbine ist aufgrund mechanischer Begrenzung wegen der Dimension der Rotorblätter klein. Um eine höhere Winkelgeschwindigkeit an der Welle der Maschine zu erreichen, wird deshalb ein Wechselgetriebe benutzt (Bild 2.9).

Die Welle einer ASM ist in der Regel kurz und mit kleinem Trägheitsmoment behaftet. Deswegen kann man die Torsion der Welle vernachlässigen. Die Steifigkeit der Welle kann als unendlich groß betrachtet werden. Daher kann das mechanische System der ASM mit einer einzelnen konzentrierten rotierenden Masse beschrieben werden (Bild 2.10).

Das elektromagnetische Drehmoment M_{el} eines Asynchronmotors setzt die Rotormasse und die an den Rotor angeschlossene Welle in Bewegung. Ein Teil des erzeugten elektromagnetischen Drehmoments hält die Bewegung des Rotors (Kompensation der elektrischen Verluste). Ein zweiter Teil dient dazu, die Reibung der beweglichen Massen auszugleichen. Der restliche (und größte) Teil wird an die Last übertragen. Die mechanische Last entspricht einem mechanischen Drehmoment M_m , das mit entgegengesetzter Richtung an der Rotormasse wirkt (siehe Zählpfeilfestlegung im Bild 2.10). Damit die mechanische Last in Bewegung gehalten wird, muss die Maschine den Widerstand der Last erbringen (das elektromagnetische muss das mechanische Drehmoment ausgleichen).

Wenn die Maschine als Generator arbeitet, lässt ein negatives mechanisches Drehmoment M_m (mathematische Darstellung der Richtung) den Rotor eine schnellere Winkelgeschwindigkeit erreichen als die Synchronwinkelgeschwindigkeit. Damit wird der Schlupf negativ. Die internen Verluste und die Reibung werden von der mechanischen Energie kompensiert.

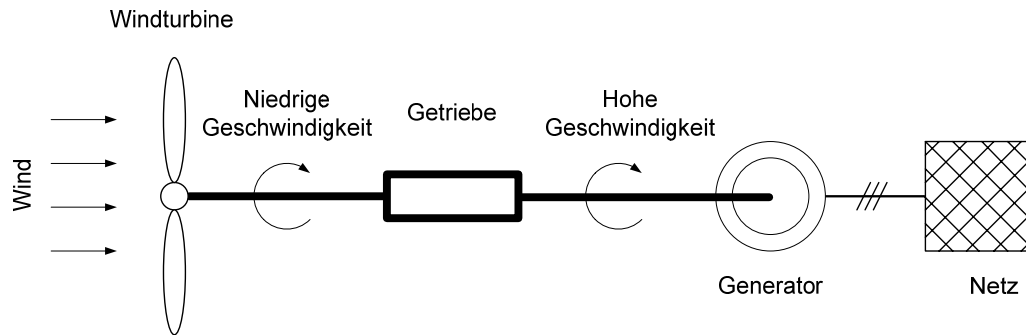


Bild 2.9: Typische Auslegung einer Windkraftanlage [18]

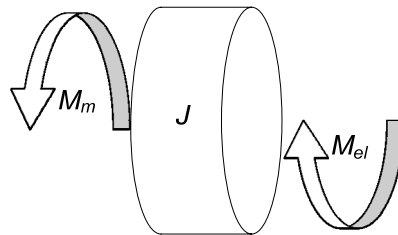


Bild 2.10: Mechanisches Ein-Massen-Modell rotierender Maschinen

Ein mechanisches rotierendes System mit unendlich großer Steifigkeit der Welle kann durch folgende Gleichung beschrieben werden (die Wirkung der Wellendämpfung $C\omega_m$ ist oft vernachlässigbar):

$$J \frac{d\omega_m}{dt} + C\omega_m = M_m - M_{el} \quad (2.30)$$

Bei einer längeren Welle und größeren Trägheit der Massen, ist das Torsionsmoment nicht mehr vernachlässigbar. In diesem Fall kann die Steifigkeit der Welle nicht als unendlich groß betrachtet werden. Es sind dann Differentialgleichungen höherer Ordnung zu benutzen, um das mechanische System zu beschreiben.

Die Energie, die vom Rotor zur rotierenden Masse (für den Fall eines Motors) oder umgekehrt (für den Fall eines Generators) durch die Welle übertragen wird, wird zuerst von einer Masse zur Welle als Torsionsmoment übermittelt und nachfolgend genauso von der Welle zur nächsten Masse. Der Mechanismus ist derselbe, wenn es mehr als zwei Massen gibt. Kleine Mengen, der von einer zur nächsten Masse übertragenen Energie, werden in der Welle gespeichert. Die Beschreibung eines solchen Systems erfolgt mit einem Differentialgleichungssystem (DGL-), dessen Ordnung doppelt so groß ist wie die Anzahl der Massen.

Betrachtet man ein Zwei-Massen-Modell, stellt man das mechanische System durch ein DGL-System vierter Ordnung mit folgenden Koeffizienten auf: J_t Trägheitsmoment der Turbine, J_g Trägheitsmoment des Rotors, K_{sh} Steifigkeitskoeffizient der Welle (Bild 2.11).

Darstellungen von mechanischen Systemen mit mehr als zwei Massen können mit geringem Genauigkeitsverlust (in Abhängigkeit vom beschriebenen System) zu einem Zwei-Massen-Modell vereinfacht werden. Diese Annahme gilt sehr gut für WKA.

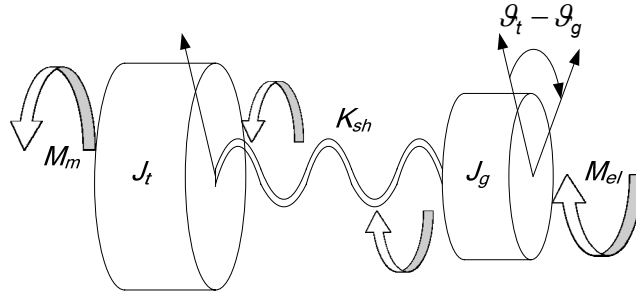


Bild 2.11: Mechanisches Zwei-Massen-Modell rotierender Maschinen

Das DGL-System vierter Ordnung (mit zwei Freiheitsgraden) für das Zwei-Massen-Modell ist mit Hilfe der angegebenen Bezeichnungen durch die folgenden Gleichungen beschrieben [19]:

$$\begin{aligned} J_t \frac{d^2 \vartheta_t}{dt^2} + C_t \frac{d \vartheta_t}{dt} + K_{sh} (\vartheta_t - \vartheta_g) &= -M_m \\ J_g \frac{d^2 \vartheta_g}{dt^2} + C_g \frac{d \vartheta_g}{dt} - K_{sh} (\vartheta_t - \vartheta_g) &= M_{el} \end{aligned} \quad (2.31)$$

mit den dazu gehörigen Beziehungen zwischen Rotor- und Turbinenwinkelgeschwindigkeiten und deren Winkeln:

$$\omega_g = \frac{d \vartheta_g}{dt} \quad , \quad \omega_t = \frac{d \vartheta_t}{dt} \quad (2.32)$$

3. Stabilitätsuntersuchung rotierender Maschinen mittels der Lyapunov-Analyse

3.1. Grundlagen des Lyapunov-Lehrsatzes

In diesem Abschnitt wird der Lehrsatz von Lyapunov [1], [5], [13], [15] erklärt. Er untersucht die Stabilität eines allgemeinen zeitinvarianten Systems und es gilt sowohl für lineare Systeme als auch für nichtlineare Systeme. Darunter findet man auch viele mechanische und elektrische Anwendungen.

Die zeitabhängige Dynamik eines Systems unter Gleichgewichtszuständen können mit Hilfe eines Differentialgleichungssystems beschrieben werden. Ein dynamisches System n -ter Ordnung wird im Allgemeinen nach Gleichung (3.1) definiert:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F} \mathbf{x}(t). \quad (3.1)$$

Ein Zustand $\hat{\mathbf{x}}$ stellt einen Gleichgewichtspunkt für ein solches System dar, wenn:

$$\mathbf{F} \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{0}. \quad (3.2)$$

Der Zustand $\hat{\mathbf{x}}$ ist stabil nach Lyapunov, wenn es eine Funktion $V: R^n \rightarrow R$ gibt, die die folgenden Bedingungen erfüllt:

- $V(\hat{\mathbf{x}}) = 0$, und $V(\mathbf{x}) > 0$ mit $0 < \|\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}\| < \xi$ für einige ξ (d. h., man sagt, dass die Funktion V positiv definit in der Nähe des Gleichgewichtspunktes ist);
- $\dot{V}(\mathbf{x}) \leq 0$ für jeden $\mathbf{x}(t)$ (d. h., die Funktion \dot{V} ist seminegativ definit);

Außerdem, wenn auch $\dot{V}(\mathbf{x}) < 0$ für jeden $\mathbf{x}(t)$ (d. h., die Funktion \dot{V} ist negativ definit), dann ist der Punkt asymptotisch stabil. Eine zusätzliche Formulierung der ersten Bedingung mit Hilfe einer Taylorentwicklung folgt. Dabei muss berücksichtigt werden, dass das Argument der Funktion V ein Vektor ist und dass der Gradient der Funktion V im Gleichgewichtspunkt $\hat{\mathbf{x}}$ gleich Null ist:

$$\begin{aligned} \Delta V &= V(\hat{\mathbf{x}} + \Delta \mathbf{x}) - V(\hat{\mathbf{x}}) = \\ &\cong V(\hat{\mathbf{x}}) + \Delta \mathbf{x} \operatorname{grad}(V(\hat{\mathbf{x}})) + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{H} \Delta \mathbf{x} - V(\hat{\mathbf{x}}) = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{H} \Delta \mathbf{x} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Die Formel (3.3) zeigt, dass die Funktion V positiv definit ist, wenn der Ausdruck $\Delta \mathbf{x}^T \mathbf{H} \Delta \mathbf{x}$ positiv ist. Nach dem Lehrsatz von Sylvester bedeutet dies, dass alle Submatrizen der Hesse-matrix \mathbf{H} positive Determinanten aufweisen müssen [1].

Der Vorteil des Lyapunov-Lehrsatzes ist die Anwendbarkeit auf lineare wie auch auf nichtlineare Systeme. Die Anwendung des Lehrsatzes besteht darin, eine Funktion für das zu

untersuchende System zu finden, die die oben erwähnten Voraussetzungen erfüllt. Hier ist der erste Nachteil der Lyapunov-Methode: die Lyapunov-Funktion ist auf das jeweilige System bezogen, so dass eine Änderung des betrachteten Systems (z.B. eine neue Komponente, eine neue Systemgleichung) die Ungültigkeit der aktuellen Lyapunov-Funktion verursacht. Deshalb muss eine neue Lyapunov-Funktion formuliert werden.

Der zweite Nachteil besteht darin, dass es nicht einfach ist, eine Lyapunov-Funktion für das zu untersuchende System zu finden. Das Hauptkonzept hinter der Definition einer Lyapunov-Funktion für die Stabilitätsuntersuchung eines dynamischen Systems ist, dass diese Funktion mit der zeitlichen Systementwicklung kontinuierlich auf ein Minimum abzielt. Ein typisches Beispiel für eine Lyapunov-Funktion ist die Bewertung der Energie in einem mechanischen System [4].

3.2. Lyapunov-Funktionen für rotierende Maschinen

3.2.1. Mechanisches Ein-Massen-Modell

Eine elektrische rotierende Maschine ist ein elektromechanisches System, welches die Umwandlung elektrischer in mechanische Energie (als Motor) oder umgekehrt (als Generator) ermöglicht. Die dynamischen Gleichungen für ein solches System beschreiben den Ausgleich zwischen der mechanischen und der elektrischen Leistung. Unter der Annahme eines Ein-Massen-Systems (vgl. Kapitel 2.2.3), wird ein rotierendes, elektromechanisches System durch die folgende Differentialgleichung (DGL) beschrieben:

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = M_m - M_{el} - C\omega_m \quad (3.4)$$

Dabei sind M_m und M_{el} das mechanische bzw. das elektrische Moment, J das Trägheitsmoment, ω_m die mechanische Winkelgeschwindigkeit des rotierenden Systems und $C\omega_m$ entspricht der Wirkung der mechanischen Wellendämpfung. Multipliziert man diese DGL (3.4) mit der mechanischen Winkelgeschwindigkeit, erhält man die bekannte Schwingungsgleichung (Gl. (3.5)) für ein elektromechanisches Ein-Massen-System.

$$H_m \frac{d\omega_m}{dt} = P_T - P_E - D_m \frac{d\vartheta_m}{dt} \quad (3.5)$$

In dieser Gleichung sind P_T und P_E die mechanische bzw. elektrische Leistung, D_m die Dämpfungskonstante und H_m das Antriebsmoment. Es kann gezeigt werden, dass das zeitliche Differenzial der mechanischen Winkelgeschwindigkeit ($\frac{d\omega_m}{dt}$) mit dem zeitlichen Differenzial der Abweichung der mechanischen Winkelgeschwindigkeit von der synchronen Winkelgeschwindigkeit (ω_{m0}) übereinstimmt.

$$\frac{d(\Delta\omega_m)}{dt} = \frac{d(\omega_m - \omega_{m0})}{dt} = \frac{d\omega_m}{dt} - \frac{d\omega_{m0}}{dt} = \frac{d\omega_m}{dt} \quad (3.6)$$

Wird die DGL (3.5) mit $\Delta\omega_m$ multipliziert, kann man bei Vernachlässigung der Wellendämpfung und nach Berücksichtigung der Gl. (3.6) schreiben:

$$H_m \Delta\omega_m \frac{d(\Delta\omega_m)}{dt} = (P_T - P_E) \Delta\omega_m \quad (3.7)$$

Unter der Voraussetzung eines mit ω_{m0} drehenden Koordinatensystems gilt:

$$\Delta\omega_m = \omega_m - \omega_{m0} = \frac{d\vartheta_m}{dt} - \frac{d\vartheta_{m0}}{dt} = \frac{d\vartheta_m}{dt} \quad (3.8)$$

Die Gl. (3.7) kann unter Berücksichtigung der Gl. (3.8) wie folgt umgeformt werden:

$$H_m \Delta\omega_m \frac{d(\Delta\omega_m)}{dt} = (P_T - P_E) \frac{d\vartheta_m}{dt} \quad (3.9)$$

Eine Lyapunov-Funktion, die auch für die Stabilitätsuntersuchungen angewendet werden kann, basiert auf der Energie des Gesamtsystems. Dabei muss die gesuchte Lyapunov-Funktion nicht unbedingt der tatsächlichen Systemenergie entsprechen. Eine Lyapunov-Funktion ist jede beliebige Funktion, die die Bedingungen des Lyapunov-Lehrsatzes (vgl. Abschnitt 3.1) erfüllt.

Die linke Seite der Gl. (3.9) ist proportional zur kinetischen Energie eines mechanischen Systems, die rechte Seite dieser Gleichung ist proportional zur potentiellen Energie desselben Systems. Deshalb wird das Integral über der Zeit der linken Seite der Gl. (3.9) der kinetische Anteil und das Integral über der Zeit der rechten Seite der Gl. (3.9) der potentielle Anteil einer möglichen Lyapunov-Funktion darstellen:

$$V_{EMM} = V_K + V_P = \int_0^{\Delta\omega_m} H_m \Delta\omega_m d(\Delta\omega_m) - \int_{\vartheta_{m0}}^{\vartheta_m} (P_T - P_E) d\vartheta_m \quad (3.10)$$

Das Integrale wird ausgehend von einem stabilen Gleichgewichtspunkt zu einem neuen allgemeinen Betriebspunkt berechnet. Man erkennt, dass das erste Integral direkt gelöst werden kann, da das Antriebsmoment H_m konstant ist. Die Lösung des zweiten Integrals ist nicht direkt möglich. Auch wenn man von einer annähernd konstanten antreibenden mechanischen Leistung P_T ausgeht, was auf Grund der Reaktionszeiten der Drehzahlregler möglich ist, kann man die elektromagnetische Leistung P_E nicht als konstant oder vom Betriebspunkt unabhängig betrachten. Daher müsste man die elektromagnetischen Leistung P_E in Abhängigkeit vom mechanischen Winkel (von der Winkelposition des Rotors) darstellen.

Das zweite Integral ist proportional zur Differenz der zugeführten, durch die Welle übertragenen Energie, und der an das Netz abgegebenen Energie. Das zweite Integral ist daher proportional zur Energie, die im Generator während des Ausgleichsvorgangs vom Gleichgewichtspunkt (von der Winkelposition ϑ_{m0}) zu einem neuen allgemeinen Betriebspunkt (zur Winkelposition ϑ_m) gespeichert wird. Da sich die Bewertung dieses Integrals für Synchron- und für Asynchronmaschinen unterscheidet, wird dieser Teil der Gleichung erst später weiter gelöst. Die jeweilige Behandlung der Lyapunov-Funktion je nach Maschine wird in den entsprechenden Abschnitten durchgeführt.

Um zu beweisen, dass die Funktion V_{EMM} in Gl. (3.10) tatsächlich eine Lyapunov-Funktion ist, werden die zwei Voraussetzungen des Lyapunov-Lehrsatzes nachgeprüft. Die erste Bedingung fordert, dass ein Gleichgewichtspunkt des Systems ein stationärer Punkt für die Funktion V_{EMM} ist. Es ist sofort zu erkennen, dass V_K eine quadratische Funktion ist, deren Minimum in dem Gleichgewichtspunkt $\Delta\omega = 0$ liegt.

Die Betriebspunkte einer rotierenden Maschine befinden sich an den Schnittpunkten der elektrischen mit der mechanischen Leistungskennlinie. Dies gilt sowohl für Synchronmaschinen als auch für Asynchronmaschinen. Deshalb ist es auch bewiesen, dass die Funktion V_P nur in den Betriebspunkten den Wert Null erreicht.

Eine rotierende Maschine hat zwei Betriebspunkte, wovon nur einer stabil ist. Ziel der Lyapunov-Analyse ist zu untersuchen, bis zu welchem Betriebspunkt die zwei Bedingungen für eine Lyapunov-Funktion erfüllt werden können. Damit berechnet sich der maximal stabile Betriebspunkt.

Die Erfüllung der zweiten Bedingung des Lyapunov-Lehrsatzes ist analytisch zu berechnen. Die Ableitung der Funktion V_{EMM} nach der Zeit besteht aus der Summe der Zeitableitungen von V_K und V_P :

$$\dot{V}_K = \frac{\partial V_K}{\partial \Delta\omega_m} \frac{d(\Delta\omega_m)}{dt} = H_m \Delta\omega_m \frac{d(\Delta\omega_m)}{dt} \quad (3.11)$$

$$\dot{V}_P = \frac{\partial V_P}{\partial \mathcal{G}_m} \frac{d\mathcal{G}_m}{dt} = -(P_T - P_E) \frac{d\mathcal{G}_m}{dt} = -(P_T - P_E) \Delta\omega_m \quad (3.12)$$

Setzt man die Gleichung (3.5) in die Gleichung (3.11) ein, kann man schreiben:

$$\dot{V}_K = H_m \Delta\omega_m \frac{d(\Delta\omega_m)}{dt} = \left(P_T - P_E - D_m \frac{d\mathcal{G}_m}{dt} \right) \Delta\omega_m = (P_T - P_E) \Delta\omega_m - D_m \Delta\omega_m^2 \quad (3.13)$$

Aus der Summe von (3.12) und (3.13) ergibt sich:

$$\dot{V}_{EMM} = \dot{V}_K + \dot{V}_P = -D_m \Delta\omega_m^2 \leq 0$$

da D_m ein positiver Koeffizient ist. Dieses Ergebnis beweist, dass V_{EMM} tatsächlich eine Lyapunov-Funktion ist, und zwar auch unabhängig davon, wie die elektrische Leistung P_E ausgedrückt wird.

3.2.2. Mechanisches Zwei-Massen-Modell

Ein Zwei-Massen-Modell wird durch das DGL-System (2.31) dargestellt. Da sich die Beschreibung des Systems von einem Ein-Massen-Modell unterscheidet, muss die Lyapunov-Funktion demzufolge auch anders formuliert werden.

Für den Fall eines Ein-Massen-Modells wird die gesamte mechanische Energie von der Turbine zum Rotor der Maschine übertragen. Im Falle eines Zwei-Massen-Modells wird dagegen ein Teil der von der Turbine zum Rotor übertragenen Energie in der Welle gespeichert. Das muss in der Formulierung einer geeigneten Lyapunov-Funktion berücksichtigt werden. Aus dem DGL-System (2.31) wird die Maschinenschwingungsgleichung mit zwei Freiheitsgraden wie folgt formuliert:

$$\frac{d(\vartheta_t - \vartheta_g)}{dt} = \Delta\omega_t - \Delta\omega_g = \omega_t - \omega_g \quad (3.14)$$

$$H_{mt} \frac{d\Delta\omega_t}{dt} = P_T - D_{mt} \frac{d\vartheta_t}{dt} - T_W (\vartheta_t - \vartheta_g) \quad (3.15)$$

$$H_{mg} \frac{d\Delta\omega_g}{dt} = -P_E - D_{mg} \frac{d\vartheta_g}{dt} + T_W (\vartheta_t - \vartheta_g) \quad (3.16)$$

wobei $\Delta\omega_t$ und $\Delta\omega_g$ die Abweichungen der Turbinen- (Index „t“) und der Rotorwinkelgeschwindigkeit (Index „g“) im Vergleich von ihren stationären Werten sind, H_{mt} und H_{mg} die Antriebsmomente von Turbine und Rotor, P_E die elektrische Leistung, P_T die mechanische Turbinenleistung, T_W die Torsionskonstante der Welle, D_{mt} und D_{mg} die Dämpfungskonstanten von Turbinen- und Rotormasse und ϑ_t und ϑ_g die Winkelpositionen von Turbine und Rotor.

Ähnlich wie im Abschnitt 3.2.1 beschrieben, kann man die Gleichungen (3.15) bzw. (3.16) mit den Winkelgeschwindigkeitsabweichungen $\Delta\omega_t$ bzw. $\Delta\omega_g$ multiplizieren und nach der Zeit von einer stationären Bedingung ausgehend integrieren. Nach dem Zusammensetzen von den kinetischen (V_K), potenziellen (V_P) und elastischen (V_W) Termen wird die folgende Funktion V_{ZMM} ermittelt:

$$\begin{aligned} V_{ZMM} &= V_K + V_P + V_W = \\ &= \frac{1}{2} H_{mt} \Delta\omega_t^2 + \frac{1}{2} H_{mg} \Delta\omega_g^2 - P_T (\vartheta_t - \vartheta_{t0}) + \int_{\vartheta_{g0}}^{\vartheta_g} P_E d\vartheta_g + \\ &+ T_W \left[\frac{(\vartheta_t^2 - \vartheta_{t0}^2) + (\vartheta_g^2 - \vartheta_{g0}^2)}{2} - \vartheta_g (\vartheta_t - \vartheta_{t0}) - \vartheta_t (\vartheta_g - \vartheta_{g0}) \right] \end{aligned} \quad (3.17)$$

In der Gleichung (3.17) sind ϑ_{t0} bzw. ϑ_{g0} die Winkelpositionen von Turbine bzw. Rotor im stationären Zustand einzusetzen. Die Funktion V_{ZMM} ist nach den im Abschnitt 3.1 erwähnten Kriterien eine Lyapunov-Funktion. Der Beweis dafür kann ähnlich wie im Abschnitt 3.2.1 abgeleitet werden (siehe Anhang 9.2.3).

3.3. Lyapunov-Analyse für Synchronmaschinen

Die Konstruktionsweise einer Synchronmaschine unterscheidet sich von der einer Asynchronmaschine durch die Struktur der Rotorschaltung. In einer Synchronmaschine ist eine

Gleichstromwicklung auf dem Rotor angeordnet. Wenn eine Synchronmaschine als Generator arbeitet dient die Gleichstromwicklung der Erzeugung des magnetischen Rotorflusses. Deshalb wird sie auch Erregungsspule genannt. Eine oft vorhandene zusätzliche kurzgeschlossene Wicklung auf dem Rotor dient der Dämpfung von Rotorschwingungen.

Die Bauarten des Rotors einer Synchronmaschine sind üblicherweise zwei [7]:

- Turbomaschinen: hier ist der Rotor ein massiver Zylinder und deswegen sind diese Maschinen dadurch gekennzeichnet, dass der Luftspalt längs des Umfanges gleichmäßig ist (Bild 3.1).
- Schenkelpolmaschinen: hier sind die Polen des Rotors ausgeprägt, so dass der Luftspalt längs des Umfanges nicht gleichmäßig ist, sondern in der Symmetrieachse der Pole klein und in den Pollücken groß (Bild 3.2).

Der Rotor eines Synchrongenerators wird von einer externen mechanischen Leistung (z.B. durch eine Turbine) angetrieben. Die Erregungsspule erzeugt durch die Rotation des Rotors ein Drehfeld, das in den Stator ein Drehspannungssystem induziert. Das Drehfeld und das Drehspannungssystem haben die gleiche Kreisfrequenz, daher wird die Maschine „synchron“ genannt.

Unter stationären Bedingungen dringt der Hauptfluss des Rotors in das Eisen des Stators ein. Den Widerstand der Wicklungen kann man im Vergleich zur Reaktanz vernachlässigen. Im stationären Betrieb kann die Synchronmaschine daher durch eine Synchronreaktanz X beschrieben werden.

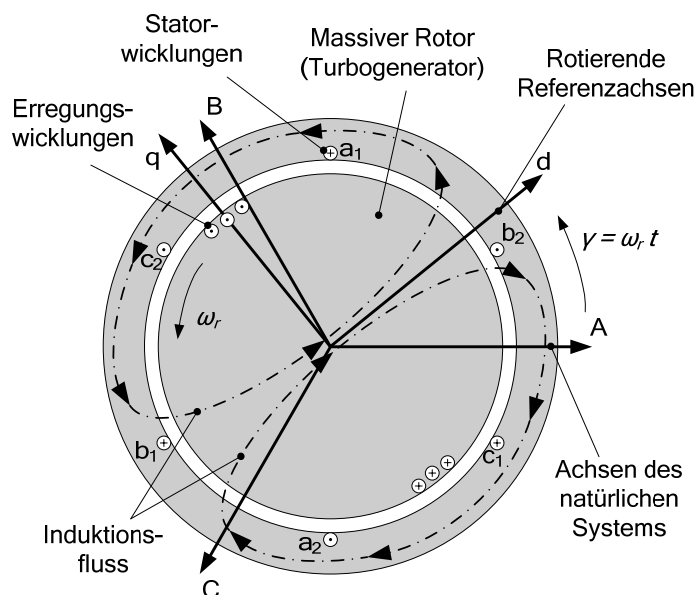


Bild 3.1: Struktur einer Turbosynchronmaschine

Nach einer plötzlichen Störung, zum Beispiel einem Kurzschluss, wird der Hauptfluss verdrängt, weil einige Teile des Rotors diesen Fluss abschirmen. In erster Näherung gilt nach Kurzschlusseintritt das Prinzip der Hauptflusskonstanz für die von vornherein kurzgeschlossene Dämpferwicklung und die über die Spannungsquelle kurzgeschlossene Erregerwicklung,

so dass in allen Wicklungen Ausgleich-Gleichströme zur Aufrechterhaltung der ursprünglichen Flussverkettung bedingt werden [43]. In den ersten Zyklen sind die durch die induzierten Spannungen hervorgerufenen Ströme in den Erreger- und Dämpfungswicklungen für die vollständige Abschirmung des Flusses vom Rotoreisenkern verantwortlich [43]. In dieser kurzen Zeit befindet sich die Maschine in einem so genannten subtransienten Zustand und wird durch eine subtransiente Reaktanz X'' charakterisiert.

In den nachfolgenden Zyklen reduzieren sich die durch die induzierten Spannungen hervorgerufenen Ströme in den Erregungs- und Dämpfungswicklungen durch die Wicklungswiderstände. Daher wird der Induktionsfluss nur zum Teil vom Rotoreisenkern abgeschirmt. Dieser Zustand dauert wesentlich länger als der subtransiente und wird als transienter Zustand gekennzeichnet. Die Maschine wird durch eine transiente Reaktanz X' charakterisiert. Bild 3.2 zeigt die Wege des Induktionsflusses in den drei erläuterten Zuständen der Synchronmaschine.

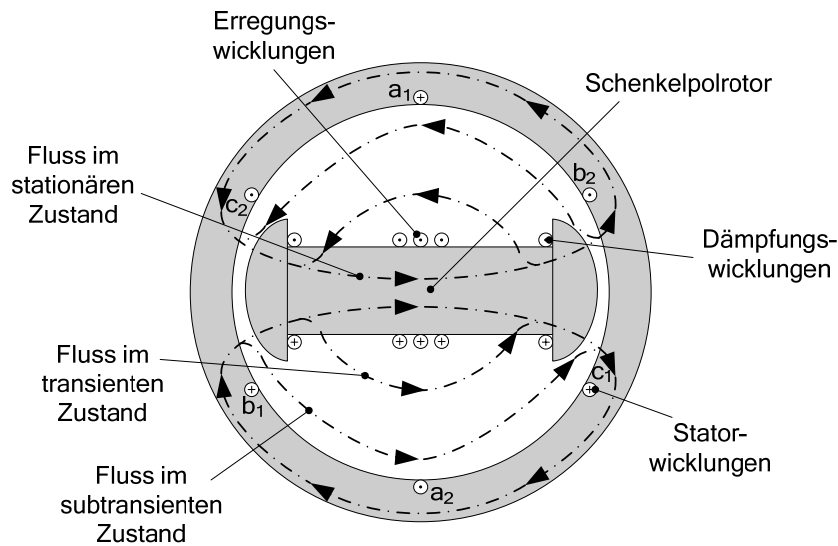


Bild 3.2: Verlauf der Flüsse in einer Schenkelpolmaschine [1], [7], [8]

Die Maschinengleichungen für die Beschreibung der drei erwähnten Zustände werden im Weiteren angegeben [1]. Hierzu wird ein einfaches Netzmodell berücksichtigt, das aus einem Generator an einem starren Netz durch eine Hochspannungsfreileitung angeschlossen besteht (Bild 3.3). Im stationären Zustand und nach der Darstellung von Spannungen und Strömen bezogen auf äquivalente Direkt- (d -) und Querachsen (q -) gilt:

$$\underline{U}_E = \underline{U} + R\underline{I} + jX_d\underline{I}_d + jX_q\underline{I}_q \quad (3.18)$$

wobei \underline{U} der Zeiger der Klemmenspannung ist, \underline{U}_E der Zeiger der Polradspannung, \underline{I}_d und \underline{I}_q die Vektoren der d - und q -Komponente des Maschinestroms, X_d und X_q die Synchronreaktanzen der Längs- (d -) und Querachse (q -).

Die zwei Komponenten der Polradspannung bezogen auf die d - und q -Achsen können wie folgt ausgedrückt werden:

$$U_{Ed} = 0 = U_d + R_d I_d + X_q I_q \quad (3.19)$$

$$U_{Eq} = U_E = U_q + RI_q - X_d I_d \quad (3.20)$$

wobei U_d und U_q die d - und q -Komponente der Klemmenspannung sind. Eine Darstellung der elektrischen Schaltung aus den Gleichungen (3.19) und (3.20) wird im Bild 3.4 gegeben. Der Polradwinkel δ zwischen den Vektoren \underline{U}_E und \underline{U} ist sehr wichtig, da die Wirk- und Blindleistung eines Synchrongenerators als Funktionen dieses Winkels formuliert werden:

$$P_{U_E} = \frac{U U_E}{X_d} \sin \delta + \frac{U^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta \quad (3.21)$$

$$Q_{U_E} = \frac{U U_E}{X_d} \cos \delta - \frac{U^2}{X_d} \frac{X_d \sin^2 \delta + X_q \cos^2 \delta}{X_q} \quad (3.22)$$

Mit dem Index „ U_E “ ist es gemeint, dass die Leistungsausdrücke für eine konstante innere EMK, d. h. für einen konstanten Erregungsfluss berechnet werden.

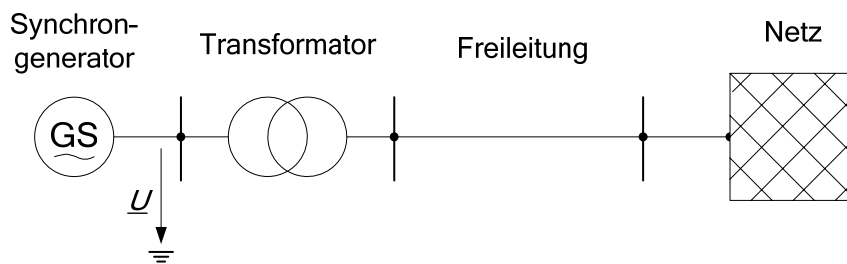


Bild 3.3: Netzmodell zur Beschreibung des stationären Zustand eines Synchrongenerators [2]

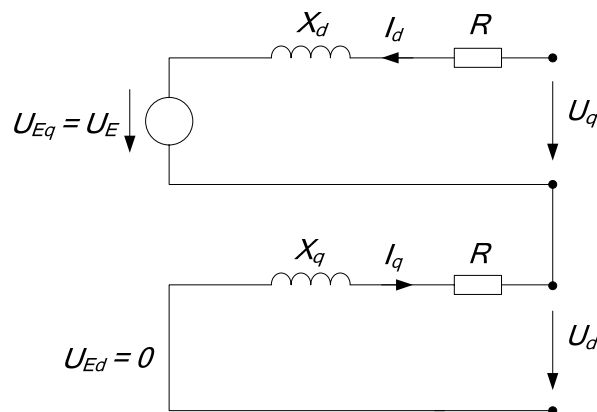


Bild 3.4: Ersatzschaltbild einer Synchronmaschine im stationären Zustand [1]

Die Gleichungen (3.21) und (3.22) beziehen sich auf den Fall, dass die beiden Komponenten der Synchronreaktanzen nicht gleich sind. Das gilt für einen Schenkelpolgenerator. Bei einem Turbogenerator sind die d - und q -Komponenten der Synchronreaktanzen annähernd gleich, dadurch kann man in diesem Fall vereinfachte Ausdrücke schreiben:

$$P_{U_E} = \frac{U U_E}{X_d} \sin \delta \quad , \quad Q_{U_E} = \frac{U U_E}{X_d} \cos \delta - \frac{U^2}{X_d} \quad (3.23)$$

Die dynamischen Spannungsgleichungen der Synchronmaschine im subtransienten (3.24) und im transienten Zustand (3.25) folgen:

$$\underline{U}_E'' = \underline{U} + R\underline{I} + jX_d''\underline{I}_d + jX_q''\underline{I}_q \quad (3.24)$$

$$\underline{U}_E' = \underline{U} + R\underline{I} + jX_d'\underline{I}_d + jX_q'\underline{I}_q \quad (3.25)$$

Der Zeiger \underline{U}_E liegt auf der Querachse, siehe Gleichungen (3.19) und (3.20), da der Erregungsflusszeiger auf der Direktachse liegt. Die Zeiger \underline{U}_E'' und \underline{U}_E' haben generell sowohl eine d - als auch eine q -Komponente. Deswegen sind die Winkel zwischen den Zeigern \underline{U}_E'' und \underline{U} oder \underline{U}_E' und \underline{U} generell nicht gleich δ .

In der Stabilitätsuntersuchung sind die subtransiente Schwingungen von untergeordneter Bedeutung, deshalb wird bei den folgenden Untersuchungen nur der transiente Zustand der Maschine berücksichtigt.

Nach einer Störung am Generator wird der Hauptfluss im Rotor abgeschirmt, wie bereits erwähnt. Der Erregungsstrom und die Polradspannung haben sich durch die Störung entsprechend geändert, so dass das Modell mit konstanter stationärer Polradspannung nicht mehr gültig ist. Trotzdem kann man wegen der großen Zeitkonstante des transienten Zustandes annehmen, dass die transiente Polradspannung konstant ist.

Da die transiente Polradspannung sowohl eine d - als auch eine q -Komponente hat, bildet sich ein Winkel δ' zwischen den Zeigern der transienten Polradspannung und der Klemmenspannung. Setzt man den Winkel $\alpha = \delta - \delta'$, kann man den Ausdruck der Wirkleistung für den transienten Zustand mit der folgenden Gleichung (3.26) angeben [1]:

$$P_{U_E} = \frac{U U_E'}{X_d'} \left[\sin \delta' \left(\cos^2 \alpha + \frac{X_d'}{X_q'} \sin^2 \alpha \right) + \frac{1}{2} \frac{X_q' - X_d'}{X_q'} \cos \delta' \sin 2\alpha \right] + \frac{U^2}{2} \left(\frac{1}{X_q'} - \frac{1}{X_d'} \right) \sin [2(\delta' + \alpha)] \quad (3.26)$$

Man kann für eine konstante \underline{U}_E' feststellen, dass auch α konstant ist. Für einen Turbogenerator gilt der erläuterte Mechanismus der Verdrängung des Flusses auf den Luftspalt, daher findet die Gleichung (3.26) in diesem Fall Anwendung.

In einem Schenkelpolgenerator wird die q -Komponente des Flusses auf den Luftspalt nicht verdrängt und deshalb gilt $X_q' \approx X_q$ [43]. Daher wird $\alpha = 0$ und damit $\delta = \delta'$. Der Ausdruck der Wirkleistung kann dadurch wie folgt vereinfacht werden:

$$P_{U_E'} \Big|_{X_q' \approx X_q} = \frac{U U_E'}{X_d'} \sin \delta + \frac{U^2}{2} \left(\frac{1}{X_q'} - \frac{1}{X_d'} \right) \sin 2\delta \quad (3.27)$$

Im Störfall sind normalerweise für die Bestimmung der Maschinenkennlinie auch Transformatoren- und Leitungsreaktanzen zu berücksichtigen. Wenn die Maschinenreaktanzen im Vergleich zu den anderen Reaktanzen ausreichend klein sind, kann man die d - und q -Komponenten der transienten Reaktanzen als annähernd gleich betrachten. Daher wird die transiente Kennlinie nach Gleichung (3.27) stark vereinfacht:

$$P_{U'_E} \Big|_{X'_q=X_q, X'_d=X_d} = \frac{U U'_E}{X'_d} \sin \delta \quad (3.28)$$

Die transienten Kennlinien einer Synchronmaschine nach den Gleichungen (3.26), (3.27) und (3.28) können für die Stabilitätsuntersuchung je nach Fall berücksichtigt werden. Bild 3.5 zeigt die stationäre und transiente Kennlinie und die mechanische Antriebsleistung eines Turbogenerators (Maschinenparameter werden im Anhang 9.1 aufgelistet).

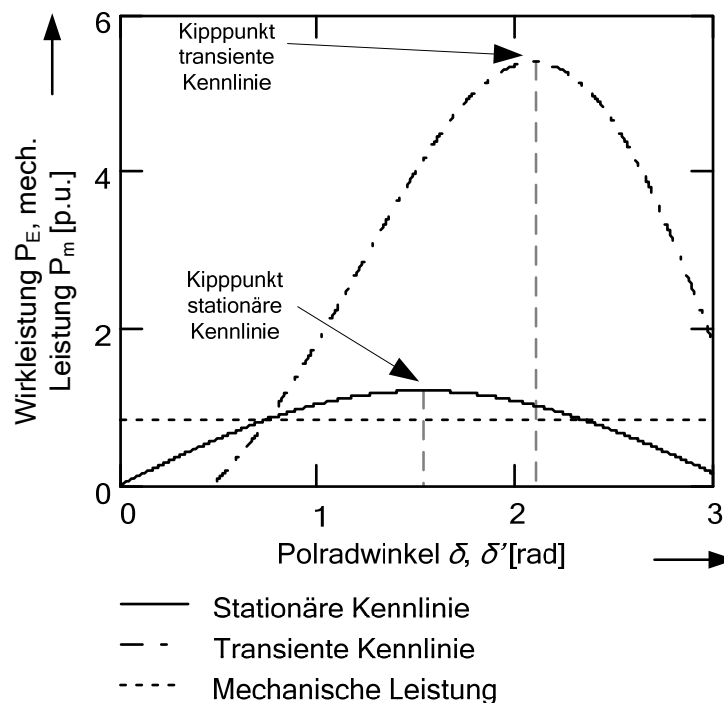


Bild 3.5: Statische und transiente Leistungskennlinien eines Turbogenerators

Im Folgenden wird das Verhalten der Synchronmaschine infolge einer transienten Störung (Netzkurzschluss) beschrieben.

Beim Auftreten eines Kurzschlusses im angeschlossenen Netz bricht die Klemmenspannung des Generators steil zusammen. Die erzeugte Wirkleistung verkleinert sich entsprechend. Da die mechanische Energie, die den Generator antreibt, von einer Turbine (Dampf-, Gas-, Wasser- oder Windturbine) geliefert wird, sind Änderungen des mechanischen Drehmoments während der transienten Periode vernachlässigbar. Bereits in den ersten Augenblicken nach dem Fehlereintritt gleichen sich deshalb die mechanische und die elektrische Energie im Generator nicht mehr aus. Das bewirkt eine Veränderung der Winkelgeschwindigkeit des Rotors, d. h. dieser beschleunigt.

Nach Klärung der Netzstörung ist die Winkelgeschwindigkeit ω_r des Rotors höher als die Synchronwinkelgeschwindigkeit. Durch die Veränderung der Rotorwinkelgeschwindigkeit ändert sich auch der Winkel δ' . Daher erzeugt der Generator eine Wirkleistung, die höher ist als die mechanische Leistung.

Wenn die von der Maschine erzeugte Wirkleistung beim veränderten Winkel δ' ihre physikalische Grenze (ihren Kippunkt auf der transienten Kennlinie, vgl. Bild 3.5) noch nicht erreicht hat, bleibt der Generator stabil. Der Rotor bremst dann ab. Wegen der Trägheit der rotierenden Massen erreicht die Rotorwinkelgeschwindigkeit den Untersynchronbereich und das neue Ungleichgewicht zwischen elektrischer und mechanischer Energie in der Maschine führt wieder zur Beschleunigung des Rotors. Die dadurch entstandene niederfrequente, elektromechanische Pendelung wird von den Maschinenwiderständen und der Dämpfungswicklung auf dem Rotor innerhalb von einer gewissen Zeit (normalerweise im Sekundenbereich) gedämpft.

Wenn der Austausch der Energie eine zu starke Beschleunigung des Rotors bzw. eine zu starke Veränderung des Winkels δ' verursacht, arbeitet der Generator nicht mehr im Synchronbetrieb. Das ist sicherlich gefährlich, sowohl für die Maschine selbst als auch für das Netz, mit dem der Generator verbunden ist. Um negative Auswirkungen zu vermeiden, sollte die Maschine vom Netz abgeschaltet werden. Entsprechend muss auch die mechanische Turbinenleistung zu Null gebracht werden.

Im Verbundnetz sind Generatoren, die in der Regel Synchronmaschinen mit großer Nennleistung sind, mit Lasten durch Transformatoren und vermaschte Leitungen verbunden. Wenn ein Netz eine große Zahl Knoten hat, oder nur eine besondere Untersuchung an einem kleinen Teil des Netzes von Interesse ist, kann der Rest des Netzes mit einem Modell reduzierter Ordnung dargestellt werden.

Das bisher betrachtete Netzmodell, das aus einem einzelnen Generator am starren Netz besteht, ist deshalb das einfachste Modell für die Stabilitätsuntersuchung. Das Netz, an dem der Generator angeschlossen ist, bildet einen äquivalenten Generator mit unendlich großem Trägheitsmoment. Durch die hohe Kurzschlussleistung kann außerdem angenommen werden, dass die Spannung des Netzknotens konstant bleibt. Eine Störung hat also keinen Einfluss weder auf die Netzfrequenz noch auf die Netzspannung, die konstant bleiben. Deswegen weist das Netz einen stabilisierenden Effekt für den Generator auf, auch wenn dieser nicht geregelt wird.

Dieses vereinfachte Netzmodell ist nicht immer anwendbar, da eine Störung immer einen Einfluss auf die Netzfrequenz hat. Das gilt besonders für kleine Netze, wie die lokalen Energiesysteme. Alle Generatoren am Netz beeinflussen sich normalerweise gegenseitig. So ist es möglich, dass das restliche Netz nach einer Störung nicht der Stabilisierung beiträgt, oder sogar zur Instabilität des ganzen Systems führt. Wichtige Faktoren zur Beurteilung der Stabilität sind in diesem Fall der Ort und die Art der Störung.

Ein Synchrongenerator wird normalerweise immer geregelt. Übliche vorhandene Regler sind ein Spannungsregler (im Englischen mit AVR, „Automatic Voltage Regulator“ bezeichnet), ein Regler zur Pendelungsdämpfung (im Englischen PSS, „Power System Stabilizer“) und ein Frequenzregler. Die ersten zwei bestimmen die Erregungsspannung, der dritte wirkt auf die mechanische Leistung der Turbine. Da die Anpassung der mechanischen Leistung eine

Am Beispiel eines Schenkelpolgenerators kann man den potentiellen Term, der in den Gleichungen (3.10) und (3.17) unentwickelt blieb, mit Hilfe der Gleichung (3.27) für die transiente Kennlinie des Generators wie folgt berechnen [1], [13], [27]:

$$V_P = - \left[P_T (\delta - \delta_0) + b (\cos \delta - \cos \delta_0) + \frac{c}{2} (\cos 2\delta - \cos 2\delta_0) \right] \quad (3.29)$$

wobei:

$$b = \frac{U U'_E}{X'_d} \quad , \quad c = \frac{U^2}{2} \left(\frac{1}{X'_q} - \frac{1}{X'_d} \right) \quad (3.30)$$

Nach Gleichung (3.30) ist normalerweise b viel größer als c . Deshalb wird die Funktion V_P in (3.29) üblicherweise im Bereich von 0 bis π ausgewertet.

Wenn ein Regler abzustimmen ist, um die Stabilität eines Generators oder eines Energiesystems zu verbessern, muss aber von einer Veränderung des Erregungsflusses ausgegangen und die Erregungsflussdynamik berücksichtigt werden.

3.4. Lyapunov-Analyse für Kurzschlussläufer-Asynchronmaschinen

3.4.1. Maschinenkennlinie bei fester Klemmenspannung

Die Beschreibung der im Bild 2.7 dargestellten Schaltung folgt der schlupfabhängigen Gleichung (3.31), wobei der Statorstrom als Summe der Ströme im Rotor und in der Hauptreaktanz berücksichtigt wird:

$$\underline{U}_s = (R_s + jX_{\sigma s})(\underline{I}_m + \underline{I}'_r) + \left(\frac{R'_r}{s} + jX'_{\sigma r} \right) \underline{I}'_r \quad (3.31)$$

Die Abhängigkeit des Rotorwiderstandes vom Schlupf in der Gleichung (3.31) ist auch bei negativem Schlupf gültig (Maschine arbeitet als Generator). Es handelt sich um eine mathematische Vereinfachung, die den Einfluss des Schlupfes korrekt beschreibt.

Im Leerlaufzustand ist keine mechanische Belastung angelegt, d.h. der Schlupf ist etwa Null, da die elektrische Rotorwinkelgeschwindigkeit ω etwa der Synchronwinkelgeschwindigkeit ω_a entspricht. Ein fast reiner induktiver Leerlaufblindstrom \underline{I}_0 fließt durch die Maschinenwicklungen bei einer Spannung \underline{U}_{s0} an den Maschinenklemmen:

$$\underline{U}_{s0} = (R_s + jX_{\sigma s} + jX_m) \underline{I}_0 \quad (3.32)$$

Bei einer Leerlaufspannung \underline{U}_{s0} in der Größenordnung der Nennspannung ist der Leerlaufstrom im Vergleich zum Nennstrom vernachlässigbar klein. Der Leerlaufstrom ist im Be-

trag und Winkel fast ausschließlich von der Hauptreaktanz abhängig, da R_s und $X_{\sigma s}$ im Betrag viel kleiner sind als X_m .

Wird die Maschine mit der Nennspannung betrieben und der Rotor festgebremst, befindet sich die Maschine in einem Kurzschlusszustand. Bei einem blockierten Rotor (Rotorwinkelgeschwindigkeit Null) ist der Schlupf gleich eins. Hierdurch wird die Beziehung zwischen der Kurzschlussspannung \underline{U}_{sk} und dem Kurzschlussstrom \underline{I}_k wie folgt bestimmt:

$$\begin{aligned}\underline{U}_{sk} &= (R_s + jX_{\sigma s} + R'_r + jX'_{\sigma r})\underline{I}_k \\ &= [(R_s + R'_r) + j(X_{\sigma s} + X'_{\sigma r})]\underline{I}_k \\ &= (R_k + jX_k)\underline{I}_k\end{aligned}\quad (3.33)$$

Wenn die Maschine stationär mit Nennlast betrieben wird, ist der von den Arbeitsbedingungen abhängige Betriebsstrom normalerweise in der Größenordnung des Nennstroms. Dies entspricht in etwa 3 ÷ 4-fach dem Magnetisierungsstrom. Als grobe Vereinfachung wird der Magnetisierungsstrom im Nennbetrieb vernachlässigt:

$$\begin{aligned}\underline{U}_s &\approx \left(R_s + jX_{\sigma s} + \frac{R'_r}{s} + jX'_{\sigma r} \right) \underline{I}'_r \\ &= \left(R_s + \frac{R'_r}{s} + jX_k \right) \underline{I}'_r\end{aligned}\quad (3.34)$$

Die durchgeführte Vereinfachung (Vernachlässigung der Hauptreaktanz) kann bei Klemmenkurzschluss der Maschine in guter Näherung angenommen werden. Dieser Zustand wird im Rahmen der im Folgenden durchgeführten Lyapunov-Analyse betrachtet.

Wie im Abschnitt 3.2 bereits erläutert, ist die Berechnung des Integrals über der Zeit der Differenz zwischen der zugeführten mechanischen und der in das Netz eingespeisten elektrischen Leistung nötig, um die Lyapunov-Funktion bewerten zu können. Diese Bewertung zeigt sich jedoch als nicht einfach, denn die Tatsache, dass die Asynchronmaschine stabil bzw. instabil läuft, steht in keinem Zusammenhang mit einer bestimmten Winkelposition. Stattdessen kann der stabile bzw. instabile Betriebspunkt einer Asynchronmaschine mit einer bestimmten Rotorwinkelgeschwindigkeit (mit einem bestimmten Schlupf) beschrieben werden.

Für den Fall einer Synchronmaschine konnte eine Beziehung zwischen mechanischer Winkelposition ϑ_m und Polradwinkel δ gefunden werden, um die Berechnung des oben erwähnten Integrals durchführen zu können. Weiterhin wird eine ähnliche Beziehung auch für Asynchronmaschinen formuliert.

Es wird eine doppelt gespeiste Asynchronmaschine im stationären Betrieb betrachtet. Der Rotor dreht sich mit einer Winkelgeschwindigkeit ω_m . Da die Kreisfrequenz der Rotorspannung im Statorkoordinatensystem $\omega_s = s p \omega_m$ ist (s ist der Schlupf, p die Polpaarzahl), wird die Kreisfrequenz der Rotorspannung in einem Synchronkoordinatensystem (die Referenzachsen des Koordinatensystems drehen sich mit einer Synchronwinkelgeschwindigkeit ω_a , siehe Kapitel 2, Abschnitt 2.2.3) gleich ω_a sein. Dies ist mit Anwendung der dq -Transformation (siehe Kapitel 2) nachvollziehbar, wobei $\omega = p \omega_m = (1-s) \omega_a$ als Rotationsfrequenz der dq -Achsen angenommen wird.

Auf Grund dieser Transformation erscheinen die bekannten Maschinengleichungen einer doppelt gespeisten Asynchronmaschine im Synchronkoordinatensystem wie folgt:

$$\underline{U}_s = (R_s + j\omega_a L_{\sigma s}) \underline{I}_s + j\omega_a L_m (\underline{I}_s + \underline{I}'_r)$$

$$\frac{\underline{U}'_r}{s} = \left(\frac{R'_r}{s} + j\omega_a L'_{\sigma r} \right) \underline{I}'_r + j\omega_a L_m (\underline{I}_s + \underline{I}'_r)$$

Dadurch drehen sich die Zeiger der Stator- und der Rotorspannung im Synchronkoordinatensystem mit der gleichen Kreisfrequenz, so dass diese Zeiger im stationären Betrieb der Maschine eine konstante relative Winkelposition besitzen. Dieser relative Phasenwinkel kann, in ähnlicher Weise wie bei der Synchronmaschine, durch das Symbol δ_a gekennzeichnet werden.

Bild 3.7(a) stellt das Ersatzschaltbild und Bild 3.7(b) das prinzipielle Zeigerdiagramm im übererregten Generatorbetrieb einer doppelt gespeisten Asynchronmaschine im stationären Zustand. In ähnlicher Weise wie bei der Synchronmaschine, liegt auch hier der Zeiger der Rotorspannung \underline{U}'_r auf der q -Achse des Rotors und daher gilt die folgende Beziehung zwischen mechanischer Winkelposition \mathcal{G}_m (d.h. wiederum dem Winkel zwischen der statorbezogenen A -Achse und der rotorbezogenen d -Achse im Synchronkoordinatensystem) und relativem Phasenwinkel δ_a :

$$\mathcal{G}_m = \delta_a - \frac{\pi}{2}$$

Betrachtet man eine Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine, so ist die Rotorspannung gleich Null. In diesem Fall hat der Winkel δ_a keine physikalische Bedeutung mehr. Bild 3.7(c) stellt das Zeigerdiagramm einer Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine im Generatorbetrieb im stationären Zustand dar. Die Position der d -Achse des dq -Synchronkoordinatensystems, die in diesem Fall anhand der Phasenlage des Zeiger des Rotorfeldes zu bestimmen ist, ist daher senkrecht zum Statorstromzeiger, so dass aus dem oben dargestellten Zeigerdiagramm folgt:

$$\mathcal{G}_m = \varphi_{zc} - \frac{\pi}{2} = \varphi - \frac{3\pi}{2}$$

wo φ_{zc} der Phasenwinkel der Maschinenimpedanz (siehe Gl. (3.68) im Abschnitt 3.5) und φ der Leistungswinkel (Verbraucherzählpfeilsystem) sind.

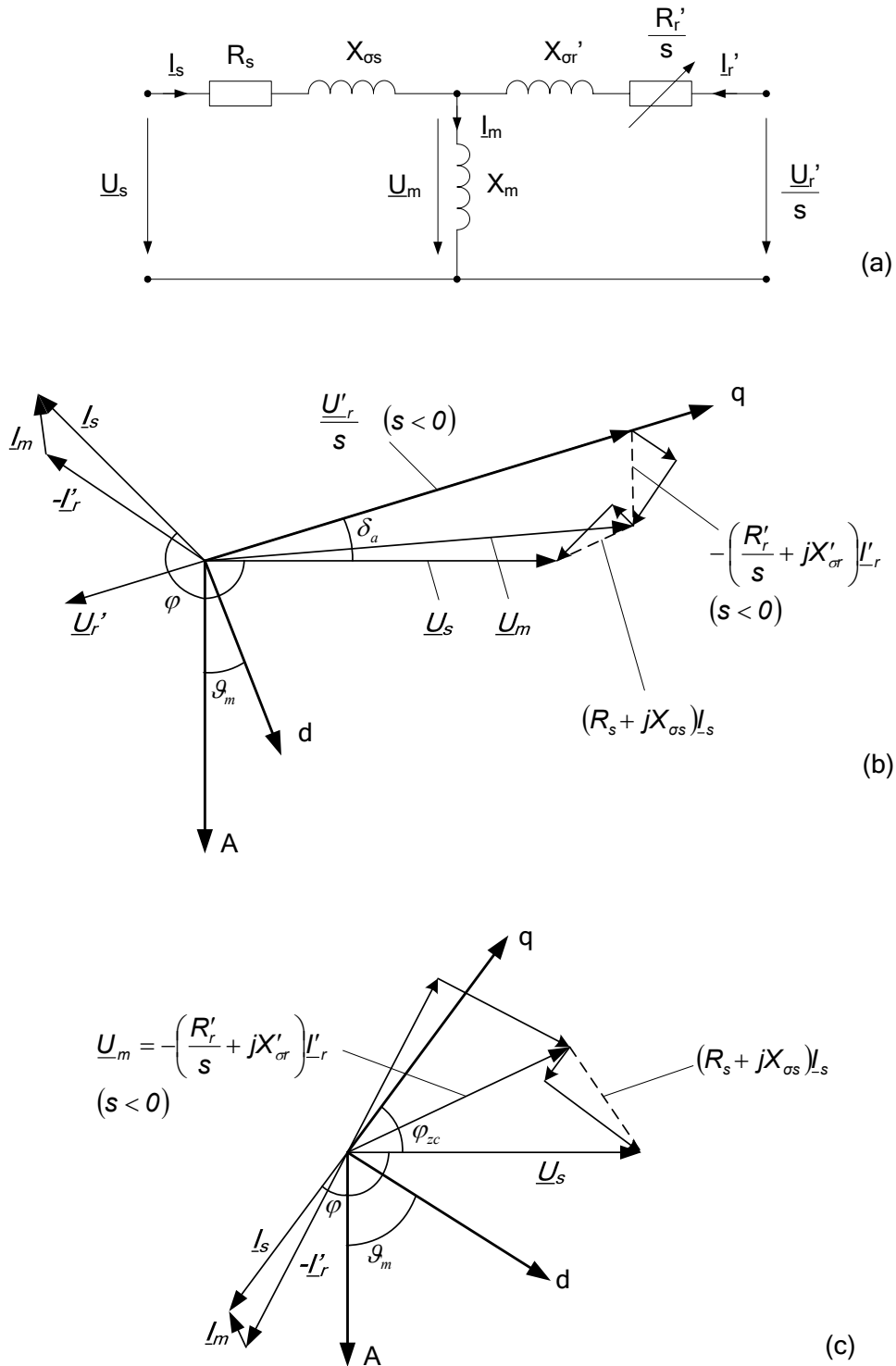


Bild 3.7: (a) Einphasiges Ersatzschaltbild, (b) vereinfachtes Zeigerdiagramm im Generatorbetrieb einer doppelt gespeisten ASM und (c) einer Kurzschlussläufer-ASM im stationären Zustand

Die Lyapunov-Funktion für eine Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine wird daher anhand einer elektrischen Leistung P_E ermittelt, die auf den Leistungswinkel φ bezieht. Der Leistungswinkel ist außerdem für die unregelte Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine tatsächlich geeignet, um den Vorgang von einem stationären Betriebspunkt zu einem neuen,

allgemeinen Betriebspunkt darzustellen. Hierfür wird ein Ausdruck der Maschinenwirkleistung in Abhängigkeit von dem Leistungswinkel φ ermittelt. Die Wirkleistung ist als Realteil der komplexen Scheinleistung (Produkt der Spannung und des konjugierten Komplexes des Stroms) definiert:

$$\begin{aligned} P_E &= \operatorname{Re} \{ \underline{U}_s \cdot \underline{I}_r^* \} = \operatorname{Re} \left\{ \left(R_s + \frac{R_r}{s} + jX_k \right) \underline{I}_r \cdot \underline{I}_r^* \right\} \\ &= \left(R_s + \frac{R_r}{s} \right) |\underline{I}_r|^2 \end{aligned} \quad (3.35)$$

Durch Umformung der Gleichung (3.34) kann der Strom der Asynchronmaschine wie folgt berechnet werden:

$$\underline{I}_r = \frac{\underline{U}_s}{\left(R_s + \frac{R_r}{s} + jX_k \right)} \quad (3.36)$$

Um die Berechnung zu vereinfachen wird die Klemmenspannung als Referenz gesetzt und der schlupfabhängige Widerstand $R(s)$ definiert:

$$\underline{U}_s = U_s e^{j0} \quad , \quad R_s + \frac{R_r}{s} = R(s)$$

Der Leistungswinkel (Winkel zwischen den Spannungs- und Stromvektoren) ist als Arcustangens des Verhältnisses zwischen Imaginärteil und Realteil des Stroms zu berechnen:

$$\varphi = \arctan \left(\frac{\operatorname{Im} \{ \underline{I}_r \}}{\operatorname{Re} \{ \underline{I}_r \}} \right) = \arctan \left(\frac{X_k}{R(s)} \right) \quad (3.37)$$

Aus dieser Gleichung (3.37) ergibt sich:

$$R(s) = \frac{X_k}{\tan \varphi} \quad (3.38)$$

Nach Einsetzen der Beziehung (3.38) in die Gleichung (3.36) wird der Betrag des Stromvektors berechnet:

$$|\underline{I}_r| = \frac{U_s \tan \varphi}{X_k (1 + \tan^2 \varphi)} \sqrt{1 + \tan^2 \varphi} \quad (3.39)$$

Mit Hilfe der Gleichung (3.39) und der Beziehung (3.38) wird die resultierende Wirkleistung P_E als Funktion des Leistungswinkels φ nach Gleichung (3.35) berechnet:

$$P_E = R(s) |\underline{I}_r|^2 = \frac{U_s^2}{X_k} \frac{\tan \varphi}{(1 + \tan^2 \varphi)} = \frac{U_s^2}{2X_k} \sin(2\varphi) \quad (3.40)$$

Die Gleichung (3.40) bestimmt die Wirkleistungs-Leistungswinkel-Kennlinie der Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine.

3.4.2. Abhängigkeit des Spannungsbetrags vom Schlupf

Die Maschinengleichungen (2.26) und (2.27) sowie das Ersatzschaltbild (Bild 2.7) zeigen, dass die gesamte Maschinenimpedanz vom Schlupf abhängt.

Wenn eine Kurzschlussläufer-ASM an einem Netz angeschlossen ist, wird die Spannung am Maschinenknoten anhand der gesamten Impedanz, d.h. aus der Summe der Maschinen- und Netzimpedanz bestimmt. Bild 3.8 stellt das Ersatzschaltbild einer Kurzschlussläufer-ASM mit angeschlossenem Netz dar. Die Impedanzen des Netzes einschließlich der Leitungen und der Transformatoren wird insgesamt als $R_{GN} + jX_{GN}$ berücksichtigt.

Das externe mechanische Drehmoment bestimmt den Schlupf zusammen mit den Netz- und Maschinenparameter. Je größer der Betrag des Schlupfes (sowohl positiv als auch negativ betrachtet) ist, desto größer ist der Betrag des Stromes, der sowohl ins Netz eingespeist als auch aus dem Netz entnommen wird. Grundsätzlich nimmt der Spannungsabfall mit dem Strom zu. Unabhängig davon, ob die Maschine als Motor oder Generator arbeitet, wird der Betrag der Klemmenspannung umso kleiner, je größer der Betrag des Schlupfes wird. Weiterhin wird nur der Fall betrachtet, dass die Kurzschlussläufer-ASM als Generator arbeitet.

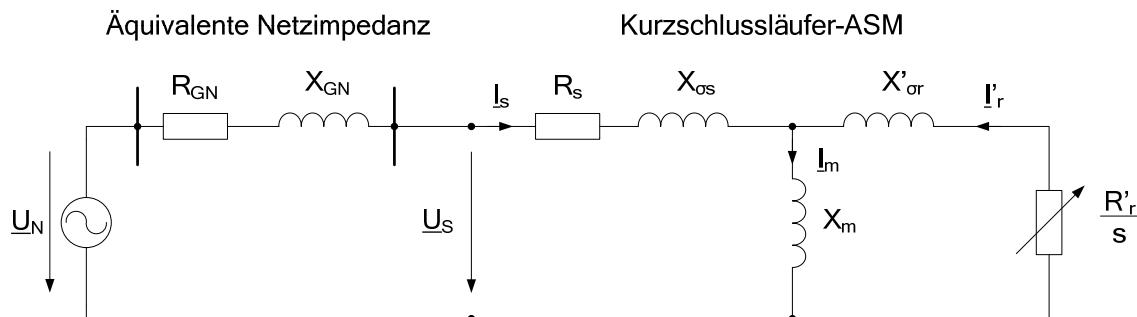


Bild 3.8: Einphasiges Ersatzschaltbild einer Kurzschlussläufer-ASM mit angeschlossenem Netz

Wenn ein dreipoliger Kurzschluss an den Maschinenklemmen auftritt, bricht die Klemmenspannung auf allen Phasen zusammen. Daher ist das elektromagnetische Drehmoment der Maschine in etwa Null (bei $R_s = 0$) und somit auch die erzeugte Wirkleistung. Das externe mechanische Drehmoment ist hingegen als konstant zu betrachten.

Resultierend aus dem Ungleichgewicht zwischen elektrischer und mechanischer Leistung steigt bei Generatoren während des Kurzschlusses die Rotorwinkelgeschwindigkeit an. Der Verlauf der Rotorwinkelgeschwindigkeit hängt davon ab, wie der mechanische Teil der Maschine modelliert ist. Ein einfaches Modell für kurze Wellen betrachtet die Steifigkeit der Wellen als unendlich groß und stellt alle rotierenden Massen als eine einzige konzentrierte Masse dar (Ein-Massen-Modell, vgl. Abschnitt 2.2.3). In diesem Falle steigt die Rotorwinkel-

geschwindigkeit linear an. Ein realistischeres Modell für nicht genügend kurze Wellen betrachtet mehrere rotierende Massen (Zwei-Massen-Modell, vgl. Abschnitt 2.2.3). In diesem Falle besteht der Verlauf der Rotorwinkelgeschwindigkeit aus einer linearen Komponente und einer sinusförmig schwingenden Komponente.

Nach der Fehlerklärung liegt die volle Spannung des Netzes wieder an und das Netz wird wieder voll wirksam. Aufgrund des veränderten Schlupfes ereignet sich aber ein Spannungsabfall am Maschinenknoten. Die Klemmenspannung \underline{U}_s der Maschine bezogen auf die Netzspannung \underline{U}_N (Bild 3.8) kann berechnet werden, wobei die Hauptreaktanz X_m vernachlässigt wird:

$$\underline{U}_s = \frac{R_s + \frac{R_r}{s} + jX_k}{R_s + \frac{R_r}{s} + jX_k + R_{GN} + jX_{GN}} \underline{U}_N \quad (3.41)$$

In diesem Abschnitt wird untersucht, wie diese Abhängigkeit der Maschinenknoten-spannung von dem Leistungswinkel ausgedrückt werden kann und wie sich die Gleichung (3.40) aufgrund dieser Abhängigkeit verändert. Für die Anwendung der Lyapunov-Analyse muss außerdem die leistungswinkelabhängige Wirkleistung einfach integrierbar sein, und deshalb sind Vereinfachungen nötig.

Im Weiteren wird angenommen, dass der Netzwidestand R_{GN} vernachlässigbar klein im Vergleich mit den Netz- und Kurzschlussreaktanzen ist. Mit Hilfe der Gleichung (3.38) lässt sich schreiben:

$$\underline{U}_s = \frac{X_k (1 + j \tan \varphi)}{X_k + j(X_k + X_{GN}) \tan \varphi} \underline{U}_N \quad (3.42)$$

Der Betrag von \underline{U}_s ist wie folgt berechenbar:

$$|\underline{U}_s| = \frac{X_k \sqrt{1 + \tan^2 \varphi}}{\sqrt{X_k^2 + (X_k + X_{GN})^2 \tan^2 \varphi}} |\underline{U}_N| \quad (3.43)$$

Wenn $\varphi \rightarrow 0$, dann $\tan \varphi \rightarrow 0$ und der Betrag der Maschinenknoten-spannung erreicht den maximalen Wert:

$$\varphi \rightarrow 0 \quad \Rightarrow \quad |\underline{U}_s| \rightarrow \frac{X_k}{\sqrt{X_k^2}} |\underline{U}_N| = |\underline{U}_N| \quad (3.44)$$

Wenn $\varphi \rightarrow \pi/2$, dann $\tan \varphi \rightarrow \infty$ und somit ist der Betrag der Maschinenknoten-spannung minimal:

$$\varphi \rightarrow \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad |\underline{U}_s| \rightarrow \frac{X_k}{X_k + X_{GN}} |\underline{U}_N| \quad (3.45)$$

Für Leistungswinkel zwischen diesen Extremwerten ($\varphi \rightarrow \pi/4$, $\tan \varphi \rightarrow 1$) ergibt sich:

$$\varphi \rightarrow \frac{\pi}{4} \quad \Rightarrow \quad |\underline{U}_s| \rightarrow \frac{X_k \sqrt{2}}{\sqrt{(X_k + X_{GN})^2 + X_k^2}} |\underline{U}_N| \quad (3.46)$$

Eine vereinfachte, leistungswinkelabhängige Funktion für den Betrag der Maschinenknotenspannung \underline{U}_s lässt sich definieren, welche mit Hilfe der Gleichungen (3.44)-(3.46) die Gleichung (3.43) annähert:

$$\begin{aligned} |\underline{U}_s| &\cong |\underline{U}_N| (1 + \gamma (\cos 2\varphi - 1) + \beta_k \sin 2\varphi) \\ &= |\underline{U}_N| (1 - 2\gamma \sin^2 \varphi + \beta_k \sin 2\varphi) \end{aligned} \quad (3.47)$$

In der Gleichung (3.47) sind die eingefügten Formelzeichen γ und β_k wie folgt definiert:

$$\gamma = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{X_k}{X_k + X_{GN}} \right) \quad , \quad \beta_k = \frac{K_m X_k \sqrt{2}}{\sqrt{(X_k + X_{GN})^2 + X_k^2}}$$

Die Konstante K_m ist charakteristisch für jede Maschine. Bild 3.9 vergleicht den Betrag der Spannung \underline{U}_s beim exakten Maschinenmodell (ohne Vernachlässigung der Hauptreaktanz X_m , durchgehende Linie) und nach Gleichungen (3.43) und (3.47). Die Kurve, die die Annäherung durch Gleichung (3.47) darstellt, stimmt sehr gut mit den anderen zwei überein.

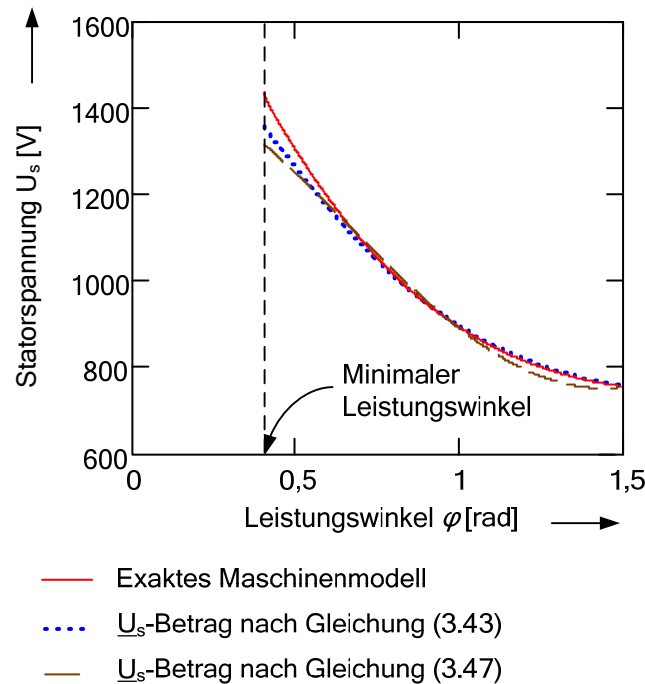


Bild 3.9: Klemmenspannungsbetrag bei exaktem Maschinenmodell und Annäherung durch Gleichung (3.47)

Setzt man Gleichung (3.47) in die Gleichung (3.40) ein, ist die leistungswinkelabhängige erzeugte Wirkleistung der ASM unter Berücksichtigung der schlupfabhängigen Spannungsveränderung bestimmbar:

$$P_E = \frac{|U_s|^2}{2X_k} \sin 2\varphi = \frac{|U_N|^2 (1 - 2\gamma \sin^2 \varphi + \beta_k \sin 2\varphi)^2}{2X_k} \sin 2\varphi \quad (3.48)$$

Daraus lässt sich nach mathematischer Umformung schreiben:

$$\begin{aligned} P_E = & \frac{|U_N|^2}{2X_k} \sin 2\varphi + 4 \frac{|U_N|^2}{X_k} \gamma^2 \sin^5 \varphi \cos \varphi - 4 \frac{|U_N|^2}{X_k} \gamma \sin^3 \varphi \cos \varphi \\ & + 4 \frac{|U_N|^2}{X_k} \beta_k^2 (\sin^3 \varphi - \sin^5 \varphi) \cos \varphi + \frac{|U_N|^2}{X_k} \beta_k \sin^2 2\varphi \\ & - 4 \frac{|U_N|^2}{X_k} \gamma \beta_k (\sin^4 \varphi - \sin^6 \varphi) \end{aligned} \quad (3.49)$$

Die Gleichung (3.49) kann für die Lyapunov-Analyse verwendet werden. Die Analyse wird für das Ein-Massen-Modell im Abschnitt 3.4.3 und für das Zwei-Massen-Modell im Abschnitt 3.4.4 durchgeführt.

Die Leistungs-Winkel-Kennlinie (wobei es sich um den Leistungswinkel handelt) für eine Kurzschlussläufer-ASM, die als Generator arbeitet, ist im Bild 3.10 dargestellt. Aus dem erläuterten Einfluss des Schlupfes auf die Maschinenknotenspannung folgt, dass die Maschinenkennlinie unsymmetrisch wird. Im Bild sind für drei verschiedene Maschinenmodelle die Leistungs-Winkel-Kennlinien dargestellt:

- Die durchgezogene Linie beschreibt das exakte Maschinenmodell anhand der Maschinen-gleichungen (2.26) und (2.27);
- Die punktierte Linie beschreibt das vereinfachte Maschinenmodell anhand der Gleichung (3.40) und der leistungswinkelabhängigen Knotenspannung nach Gleichung (3.43)
- Die gestrichelte Linie beschreibt das vereinfachte Maschinenmodell nach Gleichung (3.49). Diese Kennlinie ist die einzige, die für die Lyapunov-Analyse anwendbar ist.

Wenn der Schlupf größer als 5% (maschinenabhängig) ist, wird die Rotorimpedanz vergleichbar mit der Kurzschlussimpedanz nach Gleichung (3.33). In diesem Bereich ist die Hauptreaktanz X_m vernachlässigbar und die Maschinenimpedanz kann vereinfacht werden. Wie im Bild 3.10 gezeigt, stimmen die vereinfachten Kennlinien mit der Kennlinie des exakten Maschinenmodells gut überein. Für kleinere Werte des Schlupfes (nah des Leerlaufzustandes) wird der Statorstrombetrag klein und die Rotorimpedanz sehr groß. Die vereinfachten Kennlinien stimmen in diesem Bereich nicht mehr mit der exakten überein. Im Bild 3.10 werden der stabile und der instabile Arbeitsbereich der Maschine im stationären Zustand bezüglich der exakten Kennlinie dargestellt.

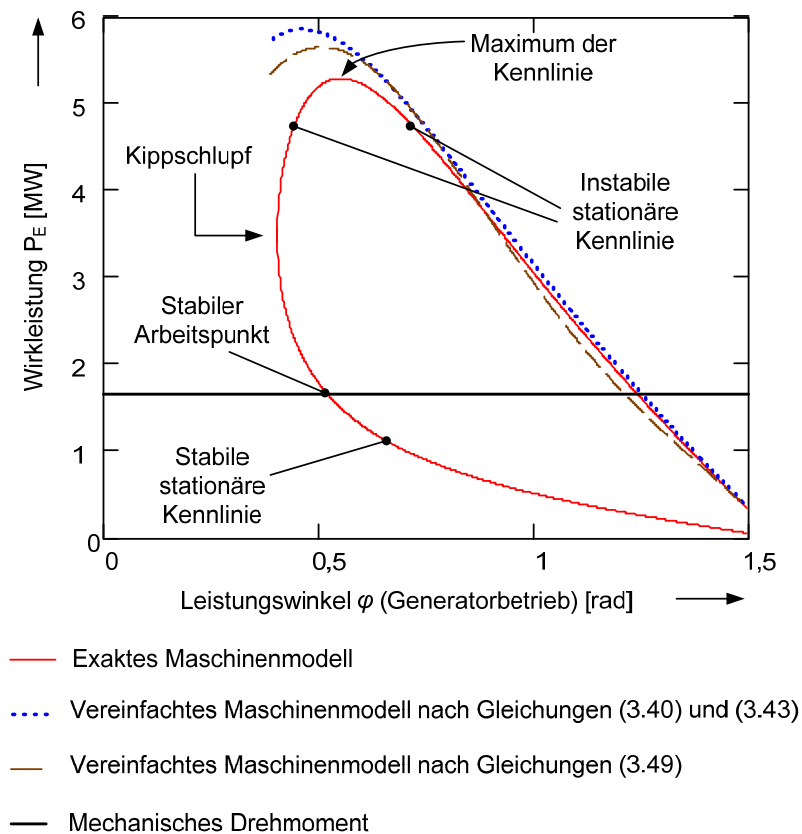


Bild 3.10: Exakte und vereinfachte Leistungs-Winkel-Kennlinien

Wie im Kapitel 2 erläutert, kann eine dynamische Veränderung des Arbeitspunktes durch die unterschiedliche Zeitkonstante des elektromagnetischen und des mechanischen Teils der ASM als quasistationär betrachtet werden. Deshalb wird das Maschinenmodell im stationären Zustand nach Bild 2.7 auch unter dynamischen Bedingungen benutzt, wobei die Änderung des Schlupfes und der Maschinenimpedanz als schrittweise vorgenommen wird.

Während einer Netzstörung bewegt sich der Arbeitspunkt der Maschine auf der Kennlinie des exakten Maschinenmodells. Der Anfangspunkt ist dabei der stabile Arbeitspunkt. Die Geschwindigkeit der Bewegung des Arbeitspunktes ist dabei nicht konstant. Der Grund dafür ist die nichtlineare Drehmoment-Schlupf-Kennlinie.

Im stabilen Bereich (unterer Teil der exakten Kennlinie) bewegt sich der Arbeitspunkt schneller mit abnehmender Geschwindigkeit bis zum Kippschlupf (stationäre Stabilitätsgrenze). Nach dieser Stelle (im instabilen Bereich, oberer Teil der exakten Kennlinie) nimmt die Bewegungsgeschwindigkeit des Arbeitspunktes bis zum Maximum der Kennlinie wieder zu, um danach wieder abzunehmen.

Die Zeitdauer der Bewegung des Arbeitspunktes bis zum Maximum der exakten Kennlinie ist kürzer als die Zeitdauer der Bewegung des Arbeitspunktes ab diesem Maximum. Dies kann mit Hilfe vom Bild 3.11 bewiesen werden. Im Bild sind die Zeitverläufe des Leistungswinkels nach Störungsauftritt für das exakte (durchgehende Linie) und vereinfachte (punktier-te Linie) Maschinenmodell dargestellt. Das Diagramm bezieht sich auf ein mechanisches Ein-Massen-Modell.

Bild 3.10 und Bild 3.9 müssen für die Bewertung des Maschinenverhaltens im Störfall gemeinsam berücksichtigt werden. Wie im Bild 3.10 verdeutlicht, erreicht der Arbeitspunkt das Maximum der exakten Kennlinie innerhalb 30 ms nach Störungseintritt. Der Abstand zwischen den im Bild dargestellten Linien wird ab 100 ms vernachlässigbar.

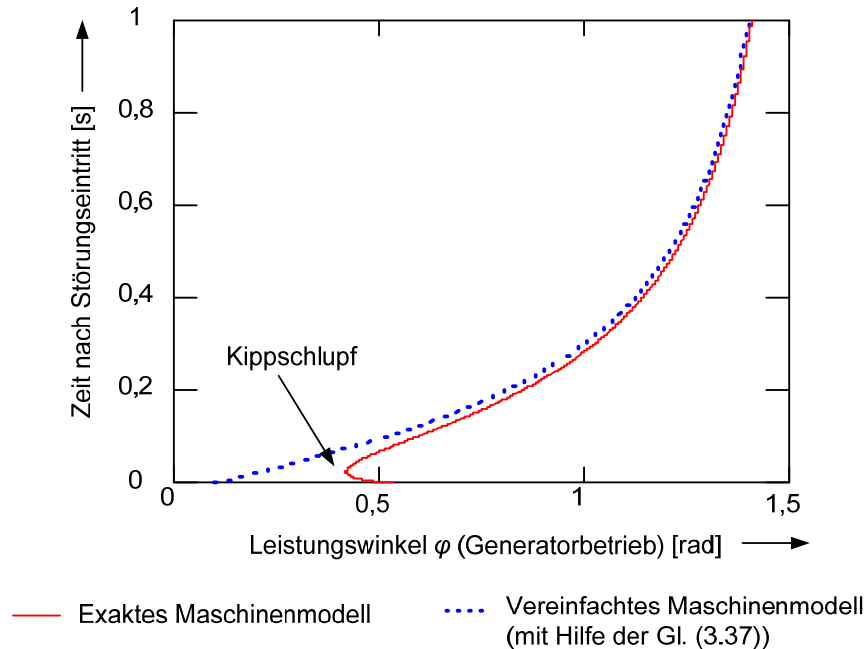


Bild 3.11: Zeitverläufe für das exakte und vereinfachte Maschinenmodells nach Störungsauftritt bei mechanischem Ein-Massen-Modell

Die für die Stabilitätsuntersuchung rotierender Maschinen geeignete Lyapunov-Funktion berechnet sich aus dem Integral nach der Zeit der Maschinenkennlinie (vgl. Abschnitt 3.2). Aufgrund der oben erwähnten Überlegungen ist die Tatsache, dass die exakte und die vereinfachte Wirkleistungs-Leistungswinkel-Kennlinie für den Normalbetrieb bis zum Kurzschlussbetrieb übereinstimmen, ausreichend, um die vereinfachte Kennlinie nach Gleichung (3.46) für die Lyapunov-Analyse zu verwenden.

Bild 3.10 zeigt die Stabilitätsbereiche der Maschine im stationären Zustand. Aufgrund des quasistationären Verhaltens im Störfall und da die stationären Kennlinien bezüglich des Leistungswinkels und nicht eines mechanischen Winkels bestimmt wurden (der Leistungswinkel pendelt nach der Klärung einer Störung nicht), sind diese auch für den transienten Zustand zu betrachten.

3.4.3. Ergebnisse bei mechanischem Ein-Massen-Modell

Die formelmäßige Darstellung eines mechanischen rotierenden Systems mit unendlich großer Steifigkeit der Welle wurde mit Hilfe der Gleichung (2.30) angegeben. Diese lautet:

$$J \frac{d\omega_m}{dt} + F\omega_m = M_{el} - M_m \quad (2.30)$$

Infolge eines Kurzschlusses an dem Maschinenknoten bricht die Knotenspannung zusammen und somit wird das elektromagnetische Drehmoment M_{el} annähernd Null. Bei Vernachlässigung der Wellendämpfung wird die Differentialgleichung (2.30) während des Kurzschlusses wie folgt geschrieben:

$$J \frac{d\omega}{dt} = -M_m \quad (3.50)$$

Die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung erster Ordnung ist:

$$\omega = -\frac{M_m}{J} t + C \quad (3.51)$$

Die Konstante C ist unbestimmt und wird anhand der Randbedingungen bewertet:

$$\omega|_{t=0} = C = \omega_0$$

wobei ω_0 die mechanische Rotorwinkelgeschwindigkeit vor dem Kurzschluss ist (im stationären Zustand). Der Zeitverlauf der mechanischen Rotorwinkelgeschwindigkeit im Kurzschlussfall lässt sich wie folgt berechnen:

$$\omega(t) = -\frac{M_m}{J} t + \omega_0 \quad (3.52)$$

Eine Beziehung zwischen Kurzschlussdauer und Leistungswinkel während des Kurzschlusses lässt sich nach Bestimmung des Schlupfes durch Gleichung (2.21) und mit Hilfe der Gleichung (3.38) festlegen:

$$t = \frac{\left(\frac{\omega_0 p}{\omega_a} - 1 \right) (R_s \tan \varphi - X_k) - R_r \tan \varphi}{\frac{M_m p}{J \omega_a} (X_k - R_s \tan \varphi)} \quad (3.53)$$

In der Gleichung (3.53) ist p die Polpaarzahl. Die Wichtigkeit dieser Beziehung besteht darin, die maximale Fehlerdauerzeit bewerten zu können, bevor der Generator instabil wird. Aus diesem Zweck ist der aus der Lyapunov-Analyse resultierende, maximal zulässige Leistungswinkel für die Stabilität der Maschine nötig.

Für die Anwendung der Lyapunov-Analyse wird für die potentielle Energie das Integral in Gleichung (3.10), nach Einsetzen der vereinfachten Wirkleistungs-Leistungswinkel-Kennlinie für P_E nach Gleichung (3.49), wie folgt berechnet:

$$V_P(\varphi) = -P_T(\varphi - \hat{\varphi}) + V_{PE}(\varphi) - V_{PE}(\hat{\varphi}) \quad (3.54)$$

wobei V_{PE} wie folgt definiert wird:

$$\begin{aligned}
V_{PE}(\varphi) = & -\frac{|U_N|^2}{4X_k} \cos 2\varphi + \frac{2|U_N|^2}{3X_k} \gamma^2 \sin^6 \varphi - \frac{|U_N|^2}{X_k} \gamma \sin^4 \varphi \\
& + 4\frac{|U_N|^2}{X_k} \beta^2 \left(\frac{\sin^4 \varphi}{4} - \frac{\sin^6 \varphi}{6} \right) + \frac{|U_N|^2}{X_k} \beta \left(\frac{\varphi}{2} - \frac{\sin 4\varphi}{8} \right) \\
& - 4\frac{|U_N|^2}{X_k} \beta \gamma \left[\frac{\sin^5 \varphi \cos \varphi}{6} + \frac{1}{6} \left(\frac{3}{8} \varphi - \frac{\sin 2\varphi}{4} + \frac{\sin 4\varphi}{32} \right) \right]
\end{aligned} \tag{3.55}$$

Das dreidimensionale Diagramm der Lyapunov-Funktion für einen Kurzschlussläufer-Asynchrongenerator mit mechanischem Ein-Massen-Modell, resultierend aus den Gleichungen (3.8) und (3.54), wird im Bild 3.12 dargestellt (Maschinendaten im Anhang 9.1).

Die Funktion zur Beschreibung der kinetischen Energie ist positiv definit, da sie nur einen Minimum in $\Delta\omega = 0$ aufweist. Deshalb kann der kritische Winkel auch nur mit V_P berechnet werden. Bild 3.13 zeigt die Lyapunov-Funktion des Systems für $\Delta\omega = 0$. Im Bild sind zwei Winkel hervorgehoben: der stabile Winkel φ_{ss} für den stationären Betrieb und der kritische Winkel φ_{cr} . Dieser Winkel ist das Maximum, welches dem stabilen Winkel der Lyapunov-Funktion am nächsten liegt.

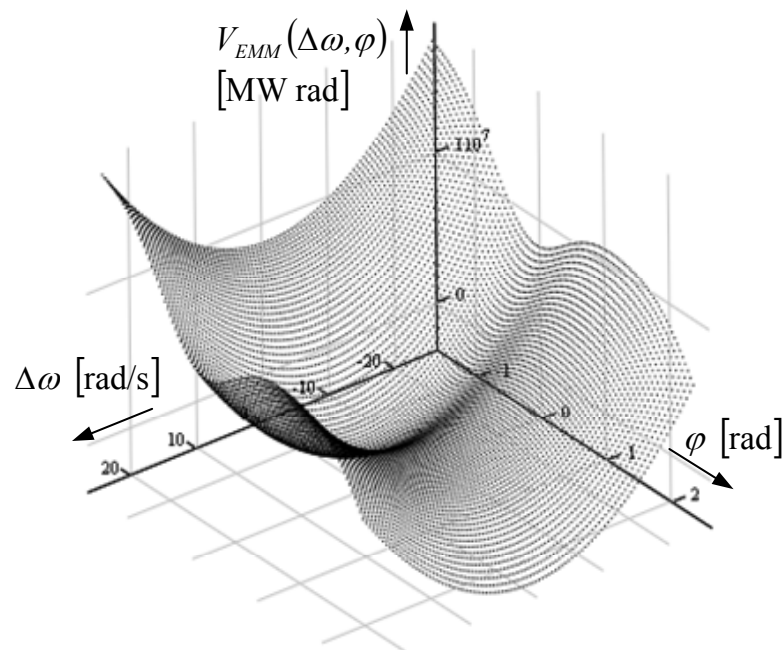


Bild 3.12: Dreidimensionales Lyapunov-Diagramm eines Kurzschlussläufer-Asynchrongenerators mit Ein-Massen-Modell

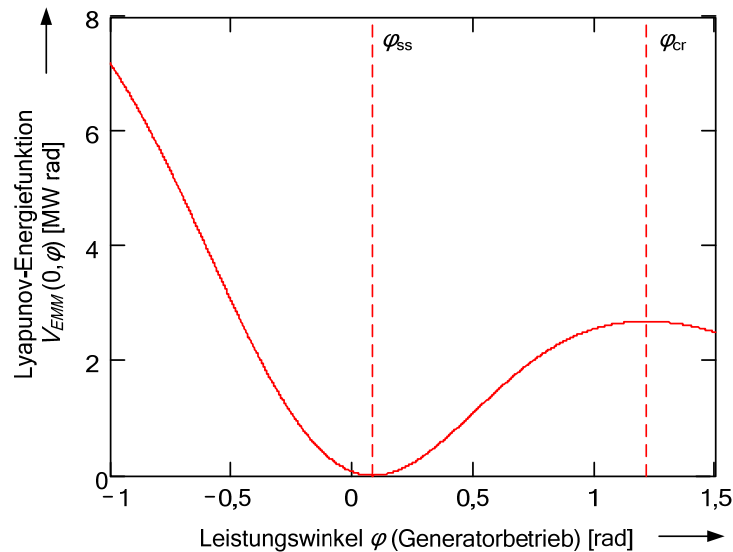


Bild 3.13: Lyapunov-Funktion der potenziellen Energie (Ein-Massen-Modell)

Nach Klärung der Netzstörung kann eine Stabilisierung der Maschine erfolgen, wenn die erzeugte elektrische Leistung größer ist als die mechanische. Der maximale Wert des Leistungswinkels im transienten Zustand entspricht deshalb dem zweiten Schnittpunkt der elektrischen mit der mechanischen Kennlinie. Das ist im Bild 3.14 dargestellt.

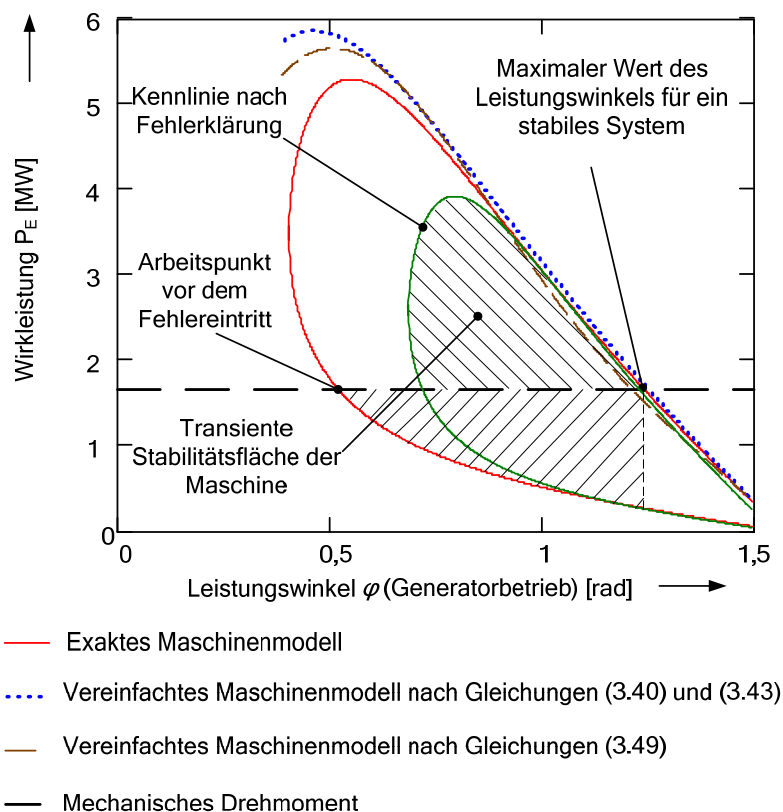


Bild 3.14: Stabilitätsfläche im transienten Zustand

Zur Bewertung der kritischen Fehlerdauer bzw. der kritischen Fehlerklärungszeit („critical clearing time“, CCT) wird der kritische Leistungswinkel aus Bild 3.13 in die Gleichung (3.53) eingesetzt. Bild 3.15 stellt die Beziehung der CCT in Abhängigkeit des Leistungswinkels dar (die Kurve bezieht sich auf den zweiten Fall, $J = 160 \text{ kg m}^2$ und $M_m = 10500 \text{ N m}$, aus der Tabelle 3.1).

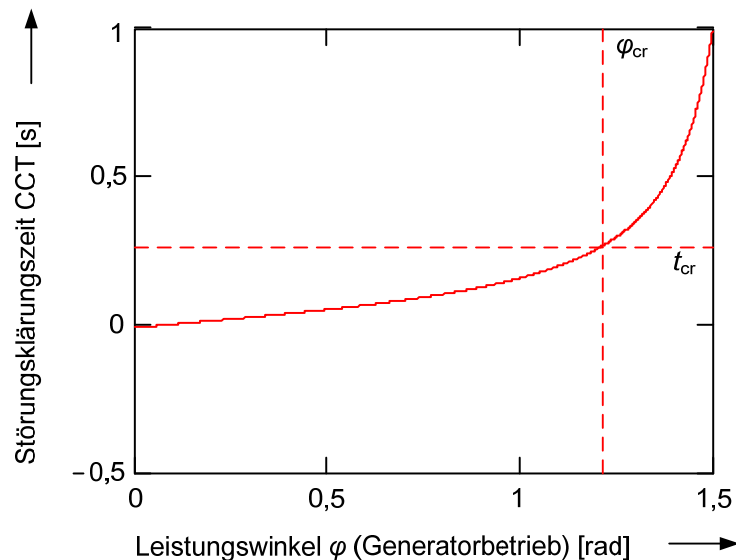


Bild 3.15: Bestimmung der kritischen Fehlerdauer für das Ein-Massen-Modell

Hierzu werden simulierte mit analytisch berechneten CCTs für das Ein-Massen-Modell verglichen. Das simulierte System (Bild 3.16) besteht aus einer einzelnen WKA mit Kurzschlussläufer-ASM verbunden mit einem 110-kV-Netz. Die ASM (selbstimplementiertes Modell), die Maschinen- und Netztrafos und das Netz wurden mit dem Simulationsprogramm ATP-EMTP [12] modelliert. Die Daten der Transformatoren und die elektrischen Parameter der simulierten ASM befinden sich im Anhang 9.1.

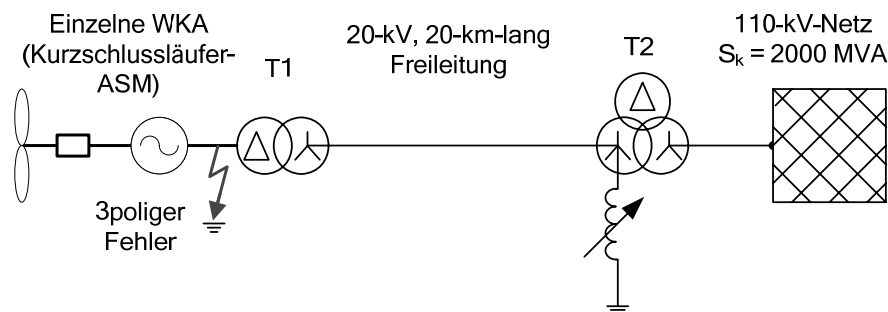


Bild 3.16: Einphasige Darstellung des simulierten Systems

Tabelle 3.1 fasst die aus den Simulationen und aus der analytischen Berechnung entstandenen CCTs für verschiedene Trägheitsmomente bei verschiedenen mechanischen Drehmomenten zusammen. Bild 3.17 stellt einen Verlauf der elektrischen Rotorwinkelgeschwindigkeit für das Ein-Massen-Modell an der Stabilitätsgrenze dar.

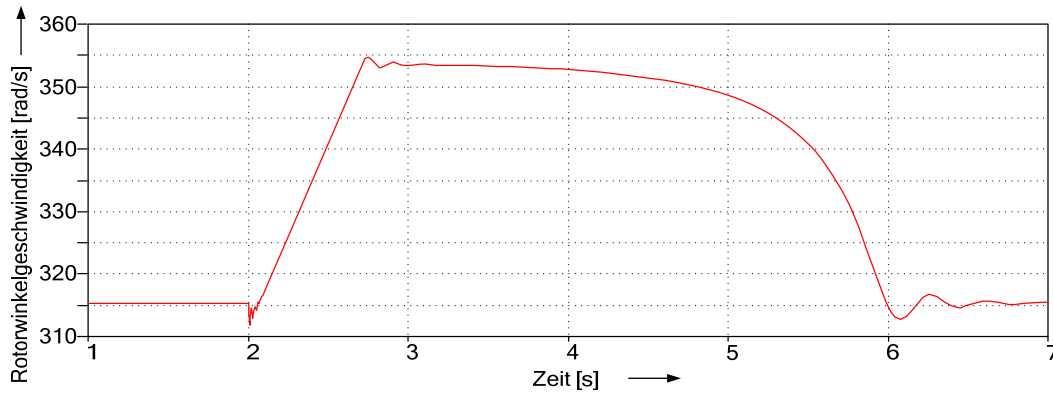


Bild 3.17: Rotorwinkelgeschwindigkeit einer Kurzschlussläufer-ASM als Generator mit mechanischem Ein-Massen-Modell an der Stabilitätsgrenze

Tabelle 3.1: Vergleich der simulierten und berechneten CCTs (Ein-Massen-Modell)

Trägheitsmoment J [kg m ²]	Mechanisches Drehmoment M_m [N m]	Simulierte CCT [s]	Berechnete CCT [s]
160	6500	0,885	0,79
160	10500	0,353	0,315
350	6500	1,8	1,727
350	10500	0,698	0,689

Aus der Tabelle 3.1 erkennt man, dass die berechneten ähnlich den simulierten CCTs sind. Die Vereinfachungen, die für die entwickelte Methode angenommen wurden, haben also keinen signifikanten Einfluss, da die exakte und die vereinfachte Kennlinie für hohe Werte des Schlupfes sehr gut übereinstimmen.

3.4.4. Ergebnisse bei mechanischem Zwei-Massen-Modell

Das DGL-System vierter Ordnung (mit zwei Freiheitsgraden) für das Zwei-Massen-Modell (Bild 2.11) wurde durch die Gleichungen (2.31) beschrieben. Diese lauten:

$$\begin{aligned}
 J_t \frac{d^2 \vartheta_t}{dt^2} + C_t \frac{d\vartheta_t}{dt} + K_{sh} (\vartheta_t - \vartheta_g) &= -M_m \\
 J_g \frac{d^2 \vartheta_g}{dt^2} + C_g \frac{d\vartheta_g}{dt} - K_{sh} (\vartheta_t - \vartheta_g) &= M_{el}
 \end{aligned} \tag{2.31}$$

Im Kurzschlussfall lässt sich das DGL-System (2.31) unter der Annahme, dass das elektromagnetische Drehmoment Null ist und die Reibung der Turbine und des Rotors vernachlässigt werden, wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned}
J_t \frac{d^2 \vartheta_t}{dt^2} + K_{sh} (\vartheta_t - \vartheta_g) &= -M_m \\
J_g \frac{d^2 \vartheta_g}{dt^2} - K_{sh} (\vartheta_t - \vartheta_g) &= 0
\end{aligned} \tag{3.56}$$

Nach Ableitung der zweiten Gleichung von (3.56) und Einsetzen in die erste Gleichung kann die folgende inhomogene Differentialgleichung vierter Ordnung aufgestellt werden, wobei nur Terme vierter und zweiter Ordnung vorhanden sind:

$$J_g \frac{d^4 \vartheta_g}{dt^4} + K_{sh} \left(1 + \frac{J_g}{J_t} \right) \frac{d^2 \vartheta_g}{dt^2} = -\frac{M_m K_{sh}}{J_t} \tag{3.57}$$

Die Lösung dieser inhomogenen Differentialgleichung besteht aus der Summe der allgemeinen Lösung ϑ_{g1} der zugehörigen homogenen Gleichung und einer speziellen Lösung ϑ_{g2} . Die homogene Form der Gleichung (3.57) folgt:

$$J_g \frac{d^4 \vartheta_{g1}}{dt^4} + K_{sh} \left(1 + \frac{J_g}{J_t} \right) \frac{d^2 \vartheta_{g1}}{dt^2} = 0 \tag{3.58}$$

Die Charakteristik der Gleichung (3.58) wird geschrieben:

$$J_g z^4 + K_{sh} \left(1 + \frac{J_g}{J_t} \right) z^2 = 0$$

deren Nullstellen sind:

$$\begin{aligned}
z_{1,2} &= 0 \\
z_{3,4} &= \pm i\beta
\end{aligned}$$

wobei:

$$\beta = \sqrt{\frac{K_{sh}}{J_g} \left(1 + \frac{J_g}{J_t} \right)}$$

Die allgemeine Lösung ϑ_{g1} wird durch die Nullstellen und anhand noch unbestimmter Konstanten C_1 , C_2 , A und δ_0 ausgedrückt:

$$\vartheta_{g1} = C_1 + C_2 t + A \sin(\beta t + \delta_0) \tag{3.59}$$

Die spezielle Lösung ϑ_{g2} findet man mit den folgenden Bedingungen:

$$\frac{d^2 \vartheta_{g2}}{dt^2} = G \quad , \quad \frac{d^4 \vartheta_{g2}}{dt^4} = 0$$

das heißt, nach Einsetzen in die Gleichung (3.57):

$$K_{sh} \left(1 + \frac{J_g}{J_t} \right) G = - \frac{M_m K_{sh}}{J_t} \Rightarrow G = - \frac{M_m}{J_t + J_g}$$

Integriert man die zweite Ableitung der speziellen Lösung, vorausgesetzt dass die Anfangsbedingungen Null sind, erhält man:

$$\vartheta_{g2} = \frac{G}{2} t^2 = - \frac{M_m}{2(J_t + J_g)} t^2 \quad (3.60)$$

Die Winkelposition des Rotors ergibt sich aus der Summe der zwei Lösungen ϑ_{g1} und ϑ_{g2} :

$$\vartheta_g = \vartheta_{g1} + \vartheta_{g2} = C_1 + C_2 t - \frac{M_m}{2(J_t + J_g)} t^2 + A \sin(\beta t + \delta_0)$$

Entsprechend bestimmt man auch die Winkelposition der Turbine:

$$\vartheta_t = C_1 - \frac{M_m J_g}{K_{sh}(J_t + J_g)} + C_2 t - \frac{M_m}{2(J_t + J_g)} t^2 - \frac{J_g}{J_t} A \sin(\beta t + \delta_0)$$

Die Bewertung der Randbedingungen ermöglicht es, die Konstanten C_1 , C_2 , A und δ_0 zu bestimmen. Deshalb werden die Winkelpositionen und die Winkelgeschwindigkeiten der Turbine und des Rotors gleich vor dem Kurzschlussbeginn bewertet. Es wird dabei angenommen, dass die Winkelposition des Rotors beim Auftreten des Kurzschlusses Null ist:

$$\begin{aligned} \vartheta_g \Big|_{t=0} &= C_1 + A \sin \delta_0 = 0 \\ \vartheta_t \Big|_{t=0} &= C_1 - \frac{M_m J_g}{K_{sh}(J_t + J_g)} - \frac{J_g}{J_t} A \sin \delta_0 = - \frac{M_m}{K_{sh}} \\ \omega_g \Big|_{t=0} &= C_2 + \beta A \cos \delta_0 = \omega_0 \\ \omega_t \Big|_{t=0} &= C_2 - \frac{J_l}{J_t} \beta A \cos \delta_0 = \omega_0 \end{aligned}$$

Bei $t = 0$ (im stationären Zustand) bewegen sich die Massen der Turbine und des Rotors mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit. Durch die letzten zwei Beziehungen bestimmt man C_2 und δ_0 , und nach Einsetzen in die oberen zwei Gleichungen C_1 und A :

$$\begin{aligned} C_1 &= - \frac{M_m}{K_{sh}} \left(\frac{J_t}{J_g + J_t} \right)^2, \quad C_2 = \omega_0 \\ A &= \frac{M_m}{K_{sh}} \left(\frac{J_t}{J_g + J_t} \right)^2, \quad \delta_0 = \frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad (3.61)$$

Die mechanischen Winkelpositionen des Rotors und der Turbine während des Kurzschlusses können somit berechnet werden:

$$\vartheta_g = \omega_0 t - \frac{M_m}{2(J_t + J_g)} t^2 + \frac{M_m K_{sh}}{J_g^2 \beta^4} (\cos \beta t - 1) \quad (3.62)$$

$$\vartheta_t = -\frac{M_m}{\beta^2} \left(\frac{1}{J_t} + \frac{J_t}{J_g (J_t + J_g)} \right) + \omega_0 t - \frac{M_m}{2(J_t + J_g)} t^2 - \frac{M_m K_{sh}}{J_g J_t \beta^4} \cos \beta t \quad (3.63)$$

Die mechanischen Winkelgeschwindigkeiten des Rotors und der Turbine während des Kurzschlusses werden ebenso bestimmt:

$$\omega_g(t) = \omega_0 - \frac{M_m}{J_g + J_t} t - \frac{M_m K_{sh}}{J_g^2 \beta^3} \sin \beta t \quad (3.64)$$

$$\omega_t(t) = \omega_0 - \frac{M_m}{J_g + J_t} t + \frac{M_m K_{sh}}{J_g J_t \beta^3} \sin \beta t \quad (3.65)$$

Aufgrund der schwingenden Energie, die während der Störung zwischen den rotierenden Massen ausgetauscht wird, wird ein Teil dieser Energie von der Welle zyklisch gespeichert bzw. abgegeben. Dieser Teil wird von der gesamten Energie des Systems abgezogen.

Je weiter sich der Steifigkeitskoeffizient der Welle K_{sh} einem unendlich großen Wert nähert, desto die Differenz der zwei Winkel ϑ_t und ϑ_g kleiner wird. In diesem Fall wird β unendlich groß und der schwingende Term der Gleichungen (3.64) und (3.65) unendlich klein. Das heißt, wenn die Steifigkeit der Welle größer wird, gibt es niedrigere Frequenzen der Winkelgeschwindigkeiten und eine Verringerung der ausgetauschten Energie zwischen den rotierenden Massen in Störungsfällen. Als extremer Fall hat der Verlauf der mechanischen Rotorwinkelgeschwindigkeit keine sinusförmige Komponente, wie bereits für das Ein-Massen-Modell erläutert.

Für die Lyapunov-Analyse zur Ermittlung des kritischen Leistungswinkels ist die Gleichung (3.17) anwendbar, wobei das unentwickelte Integral durch $V_{PE}(\vartheta_g) - V_{PE}(\hat{\vartheta}_g)$ ersetzt wird (die Funktion V_{PE} ist nach Gleichung (3.55) abzubilden). Eine dreidimensionale Darstellung der Lyapunov-Funktion V_{ZMM} bei angenommenen $\Delta\omega_t = 0$ und $\Delta\omega_g = 0$ wird im Bild 3.18 gezeigt. Die Höhenlinien in der Nähe des Gleichgewichtspunktes und des Sattelpunktes werden im Bild 3.19 dargestellt.

Eine Beziehung für die Abschätzung der maximalen Kurzschlussdauer (bevor der Generator instabil wird) ist aus der Gleichung (3.64) analytisch nicht ermittelbar. Eine numerische Schätzung ist jedoch möglich, indem der Schlupf und der Leistungswinkel in Abhängigkeit von der Zeit mit Hilfe der Gleichung (3.64) berechnet werden. Der dynamische Verlauf der mechanischen Winkelposition ϑ_t und der Rotorwinkelposition ϑ_g (beide bezogen auf den stationären Wert) im Fehlerfall ist stabil, solange er nicht die Stabilitätsgrenze überschreitet (Bild 3.19).

Die Stabilitätsgrenze im Bild 3.20 ist die Linie, die alle Maxima der Rotorwinkelposition, die am nächsten zum Gleichgewichtspunkt liegen, verbindet. Zu dieser Kurve gehört der Sattelpunkt.

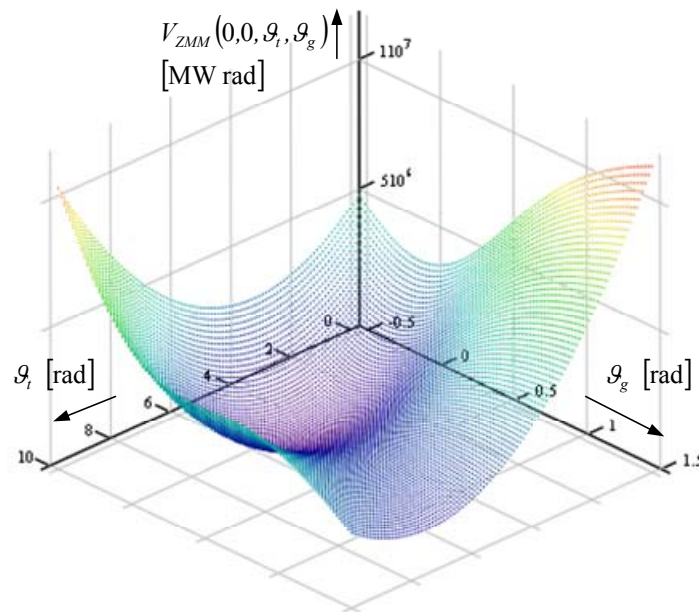


Bild 3.18: Dreidimensionales Lyapunov-Diagramm eines Kurzschlussläufer-Asynchrongenerators mit Zwei-Massen-Modell

In der Tabelle 3.2 werden die aus den Simulationen und aus der analytischen Berechnung entstandenen CCTs für verschiedene Trägheitsmomente bei verschiedenen mechanischen Drehmomenten zum Vergleich zusammengefasst. Der Steifigkeitskoeffizient der Welle K_{sh} wurde als konstant angenommen. Bild 3.21 stellt einen Verlauf der elektrischen Rotorwinkelgeschwindigkeit und der Turbinenwinkelgeschwindigkeit für das Zwei-Massen-Modell an der Stabilitätsgrenze dar.

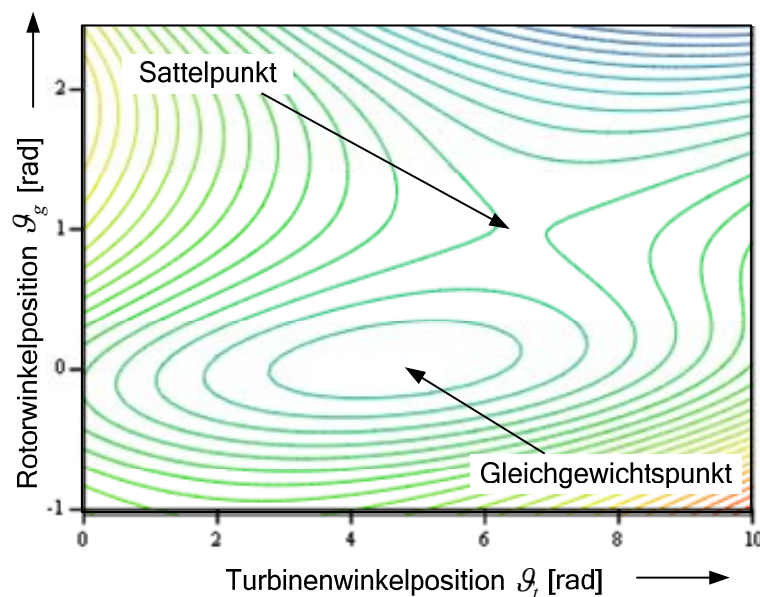


Bild 3.19: Höhenlinien der Lyapunov-Funktion für ein Zwei-Massen-Modell

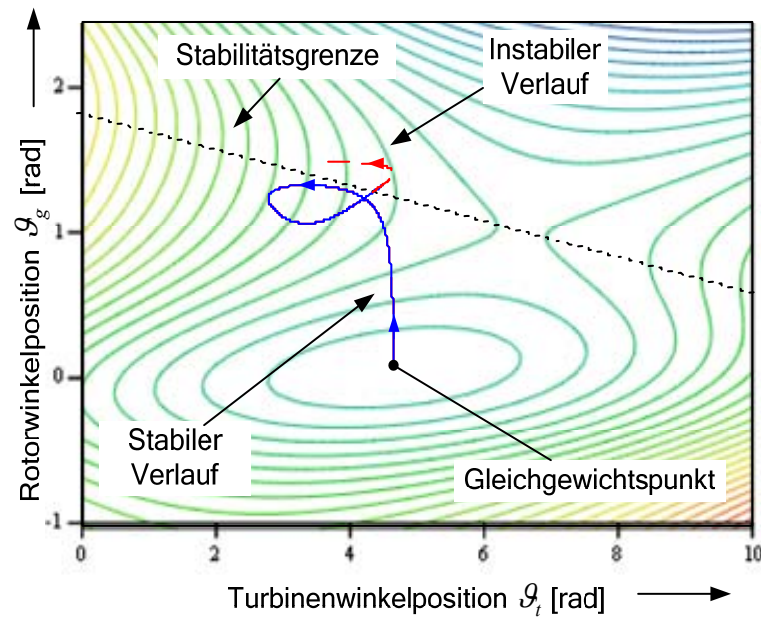


Bild 3.20: Stabilitätsgrenze und Bestimmung der CCT (Zwei-Massen-Modell)

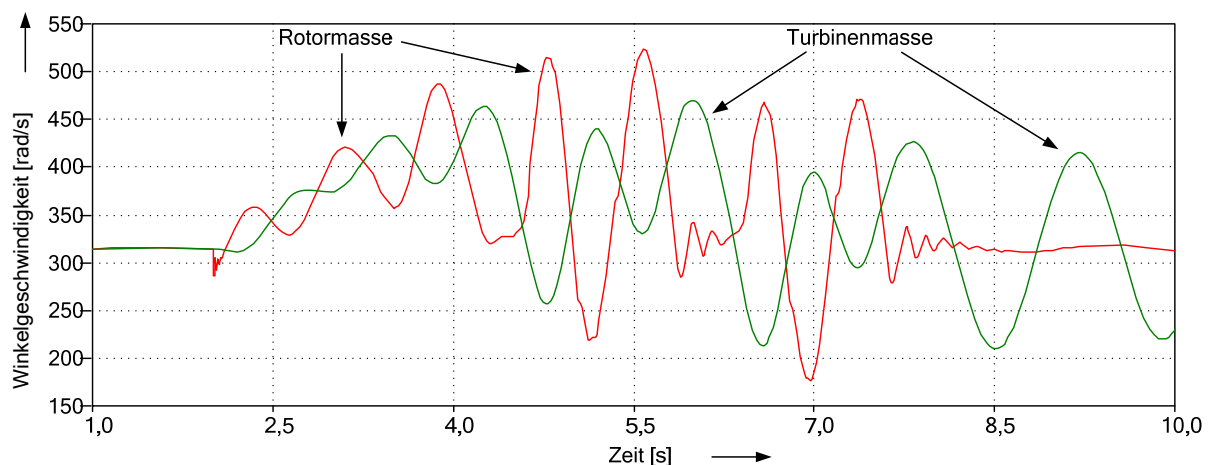


Bild 3.21: Rotor- und Turbinenwinkelgeschwindigkeit einer Kurzschlussläufer-ASM als Generator mit mechanischem Zwei-Massen-Modell an der Stabilitätsgrenze

Tabelle 3.2: Vergleich der simulierten und berechneten CCTs (Zwei-Massen-Modell)

Trägheitsmoment [kg m ²]		Steifigkeitskoef- fizient der Welle K_{sh} [N m]	Mechanisches Drehmoment M_m [N m]	Simulierte CCT [s]	Berechnete CCT [s]
Turbine J_t	Rotor J_g				
110	50	2300	6500	1,312	1,38
110	50	2300	10500	0,642	0,645
250	100	2300	6500	2,125	2,12
250	100	2300	10500	0,98	1,0

Tabelle 3.2 zeigt, dass auch für ein Zwei-Massen-Modell die berechneten sehr ähnlich den simulierten CCTs sind. Es wird für das betrachtete System hervorgehoben, dass die CCTs für das Zwei-Massen-Modell höher sind als die CCTs für ein äquivalentes Ein-Massen-Modell, bei dem die Turbinen- und Rotormasse als eine Masse betrachtet werden.

3.5. Studie zur Stabilität von doppelt gespeisten Asynchronmaschinen

Eine Lyapunov-Analyse zur Bewertung der Stabilität von doppelt gespeisten ASM wird in dieser Arbeit nicht durchgeführt. Diese Maschinen haben zugängliche Rotorwicklungen, durch welche die Regelung der Rotorspannung im Betrag und Winkel zur Bestimmung des Arbeitspunktes erfolgt. Deshalb ist eine auf dem Lyapunov-Lehrsatz basierte Stabilitätsanalyse nur möglich, wenn sowohl die Maschine als auch die implementierte Regelung zur Definition der Lyapunov-Funktion beitragen. Das ist mit einer festen Regelstruktur möglich. Andererseits ist möglich, die Stabilitätsuntersuchung unter der Annahme durchzuführen, dass die Rotorspannung konstant bleibt.

Ziel dieses Abschnittes ist hingegen, eine Studie zur Stabilität und deren Verbesserungsmöglichkeiten von doppelt gespeisten ASM zu treffen. Auf dieser Aussage werden, im Kapitel 4, die erläuterten Regelstruktur für den Normalbetrieb und Verfahren zur Verbesserung der transienten Stabilität basiert.

Bild 3.22 stellt das einphasige Ersatzschaltbild einer doppelt gespeisten Asynchronmaschine dar. Dieses entsteht aus den Maschinengleichungen (2.19) und (2.20) für die Beschreibung des stationären Zustands. Im Bild bedeutet der hochgestellte Strich, dass die Rotorparameter (Spannung \underline{U}_r , Streureaktanz $X_{\sigma r}$ und Widerstand R_r) auf die Statorseite durch das interne Übersetzungsverhältnis zwischen Stator- und Rotorwicklungen bezogen sind. Das interne Übersetzungsverhältnis dient dazu, die Rotorströme und damit die Wärmeverluste durch eine Erhöhung der Rotorspannung zu verringern.

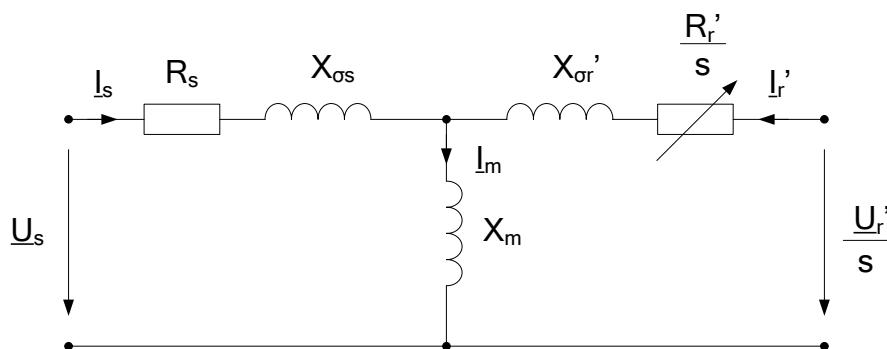


Bild 3.22: Einphasiges Ersatzschaltbild einer doppelt gespeisten ASM im stationären Zustand

Im Nennbetrieb ist der Magnetisierungsstrom im Vergleich mit dem Stator- und Rotorstrom klein (ca. 30%). Daher kann das Ersatzschaltbild der Maschine im Nennbetrieb so wie nach Bild 3.23 vereinfacht werden:

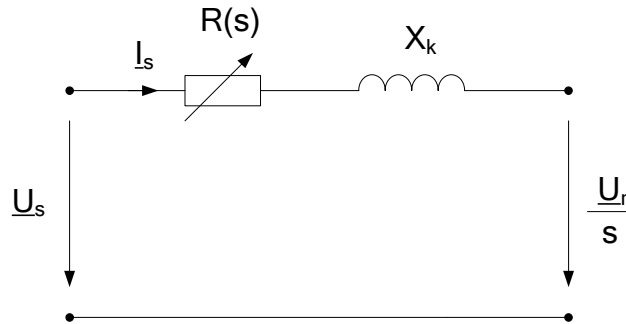


Bild 3.23: Vereinfachtes Ersatzschaltbild einer doppelt gespeisten ASM im Nennbetrieb

Der Statorstrom (und somit der auf die Statorseite bezogene Rotorstrom) lässt sich nach Bild 3.23 wie folgt berechnen:

$$\underline{U}_s - \frac{\underline{U}_r'}{s} = \underline{I}_s (R(s) + jX_k) \quad \Rightarrow \quad \underline{I}_s = \frac{\underline{U}_s}{R(s) + jX_k} - \frac{\underline{U}_r'}{s(R(s) + jX_k)}.$$

Um die Berechnung zu vereinfachen, wird der Statorspannung als Referenz verwendet:

$$\underline{U}_s = U_s, \quad \underline{U}_r' = U_r' e^{j\varphi_{ur}} \quad \Rightarrow \quad \underline{I}_s = \frac{U_s}{R(s) + jX_k} - \frac{U_r' e^{j\varphi_{ur}}}{s(R(s) + jX_k)} \quad (3.66)$$

wobei die im Abschnitt 3.4 eingesetzten Symbole X_k für die Kurzschlussreaktanzen und $R(s)$ für den schlupfabhängigen Maschinenwiderstand verwendet werden. Bezeichnet man die Maschinenimpedanz \underline{Z}_c :

$$\underline{Z}_c = R(s) + jX_k \quad (3.67)$$

kann man die folgenden Beziehungen für den Phasenwinkel der Maschinenimpedanz φ_{zc} angeben:

$$\tan \varphi_{zc} = \frac{X_k}{R(s)}, \quad \cos \varphi_{zc} = \frac{R(s)}{|\underline{Z}_c|} = \frac{R(s)}{\sqrt{R(s)^2 + X_k^2}} \quad (3.68)$$

Der Schlupf ist somit wie folgt berechenbar:

$$R(s) = R_s + \frac{R_r'}{s} \quad \Rightarrow \quad s = \frac{R_r' \tan \varphi_{zc}}{X_k - R_s \tan \varphi_{zc}} \quad (3.69)$$

Die Gleichung (3.66) kann beim Einsetzen der Gleichung (3.67) umgeschrieben werden, wobei der Betrag und der Phasenwinkel der Maschinenimpedanz hervorgehoben werden:

$$\underline{I}_s = \frac{U_s}{Z_c e^{j\varphi_{zc}}} - \frac{U'_r e^{j\varphi_{ur}}}{sZ_c e^{j\varphi_{zc}}} = \frac{U_s}{Z_c} e^{-j\varphi_{zc}} - \frac{U'_r}{sZ_c} e^{j(\varphi_{ur} - \varphi_{zc})} \quad (3.70)$$

Mit Hilfe der Gleichung (3.70) ist die erzeugte Wirkleistung der Maschine berechenbar. In dieser Berechnung wird die durch die Rotorschaltung übertragene Wirkleistung vernachlässigt, welches in der Regel erfüllt ist (der durch den Rotor übertragene Anteil hängt vom Schlupfbetrag ab):

$$P_E \cong \operatorname{Re}\{U_s \underline{I}_s^*\} = U_s \operatorname{Re}\{\underline{I}_s\} = \frac{U_s^2}{Z_c} \cos \varphi_{zc} - \frac{U_s U'_r}{sZ_c} \cos(\varphi_{ur} - \varphi_{zc}) \quad (3.71)$$

Die Gleichung (3.70) kann als Funktion des Winkels φ_{zc} formuliert werden, indem die folgenden Beziehungen aus den Gleichungen (3.68) und (3.69) abgeleitet und in die (3.71) eingesetzt werden:

$$\frac{\cos \varphi_{zc}}{Z_c} = \frac{R(s)}{Z_c^2} = \frac{\tan \varphi_{zc}}{X_k (1 + \tan^2 \varphi_{zc})} = \frac{\sin(2\varphi_{zc})}{2X_k}$$

und:

$$\begin{aligned} \frac{1}{sZ_c} &= \frac{X_k - R_s \tan \varphi_{zc}}{R'_r \tan \varphi_{zc}} \frac{\tan \varphi_{zc}}{X_k \sqrt{1 + \tan^2 \varphi_{zc}}} = \\ &= \frac{1}{R'_r \sqrt{1 + \tan^2 \varphi_{zc}}} - \frac{R_s \tan \varphi_{zc}}{X_k R'_r \sqrt{1 + \tan^2 \varphi_{zc}}} = \\ &= \frac{1}{R'_r} \cos \varphi_{zc} - \frac{R_s}{X_k R'_r} \sin \varphi_{zc} \end{aligned}$$

Daher ergibt sich:

$$P_E = \frac{U_s^2}{2X_k} \sin(2\varphi_{zc}) - \frac{U_s U'_r}{R'_r} \left(\cos \varphi_{zc} - \frac{R_s}{X_k} \sin \varphi_{zc} \right) \cos(\varphi_{ur} - \varphi_{zc}) \quad (3.72)$$

Dieses Ergebnis zeigt, dass eine Regelung der Rotorspannung im Betrag und Winkel einen starken Einfluss auf die Wirkleistungs-Leistungswinkel-Kennlinie der ASM hat. Dies gilt sowohl für den Generatorbetrieb als auch für den Motorbetrieb. Kritische Ereignisse für die Maschinen- und Netzstabilität sind dabei Lastsprünge, Kurzschlüsse und schwere Netzstörungen.

Im Falle einer Senkung der Statorspannung kann die Verringerung der Stabilitätsfläche des Generators vermieden werden, indem der Rotorspannungswinkel φ_{ur} auf einen Wert von $\varphi_{ur} = (180^\circ + \varphi_{zc})$ geregelt wird (damit der Kosinus -1 wird, da in der Regel $R_s \ll X_k$) und die Erhöhung des Rotorspannungsbetrages die Reduzierung von U_s kompensiert.

3.6. Vergleich der Stabilitätsuntersuchungen rotierender Maschinen

Die Lyapunov-Methode zur Untersuchung der Stabilität von dynamischen nichtlinearen Systemen wurde in diesem Kapitel vorgestellt. Die Anwendung dieser Methode an rotierende elektrische Maschine, die nichtlineare Kennlinien haben, ist allgemein möglich und beruht auf der Darstellung des mechanischen Teils der Maschine. Es wurde gezeigt, dass eine Lyapunov-Funktion für ein Ein-Massen-Modell sowie für ein Zwei-Massen-Modell (in Abhängigkeit von der Anzahl an rotierende Massen) ermittelt werden kann.

Die elektrische Kennlinie der Maschine vervollständigt die Lyapunov-Funktion für eine bestimmte Maschine. Daher unterscheidet sich die Lyapunov-Funktion einer Synchronmaschine von der einer ASM.

Die elektrische Kennlinie einer Synchronmaschine ist sinusförmig mit dem Polradwinkel, der sowohl einen mechanischen als auch einen elektrischen Winkel bildet. Die Symmetrie der Kennlinie hängt von den Maschinenparametern ab. Die stationäre Kennlinie eines Turbogenerators ist daher symmetrisch, die stationäre Kennlinie eines Schenkelpolgenerators ist asymmetrisch. Die transiente Kennlinie einer Synchronmaschine ist auch allgemein asymmetrisch, obwohl diese Unsymmetrie unterschiedlich für Turbogeneratoren und Schenkelpolgeneratoren ist.

In einer ASM ist keine Erregungsspule und im Allgemeinen kein Erregungssystem vorhanden. Außerdem ist die Maschinenimpedanz vom Schlupf abhängig, d.h. von den Arbeitsbedingungen. Nach der Fehlerklärung bewirkt der veränderte Schlupf einer starken Absenkung der Klemmenspannung. Da die erzeugte Wirkleistung quadratisch von der Klemmenspannung abhängt, ist die elektrische Kennlinie der ASM stark asymmetrisch.

Für beide Maschinenarten ist es möglich zu sagen, je weiter nach dem Fehlereintritt der Arbeitspunkt sich von dem stabilen entfernt hat, desto weniger ist eine Stabilisierung möglich. Das kann aufgrund der Arbeitsweise unterschiedlich erklärt werden:

- Der Polradwinkel einer Synchronmaschine fängt an zu pendeln und wenn die Pendelungen zu stark sind wird die Maschine instabil.
- Der Schlupf einer ASM steigt im Betrag (in negativem Bereich für den Generatorbetrieb) und ergibt hindurch einen immer kleineren Knotenspannungsbetrag nach der Fehlerklärung. Wenn dieser Betrag zu klein ist wird die Maschine instabil.

Sowohl Synchrongeneratoren als auch Asynchrongeneratoren (doppelt gespeiste ASM) werden üblicherweise geregelt, deshalb soll eine quantitative Stabilitätsanalyse die Regelstruktur des Generators berücksichtigen. Das ist jedoch nicht immer möglich. Deshalb kann es möglicherweise sinnvoller sein, die Ergebnisse der Lyapunov-Analyse für den einfacheren Fall (nicht geregelte Maschine) zu nutzen, um die Regelstrategien zur Verbesserung der Maschinen- und Systemstabilität zu erreichen. Bezüglich der doppelt gespeisten ASM wurde so eine Maßnahme gefunden, durch die die Stabilität der Maschine erhöht werden kann.

Die Lyapunov-Funktion für ein mechanisches Ein-Massen-Modell ist mathematisch einfacher zu ermitteln. Die angenommen unendlich große Steifigkeit der Welle kann mit einer

einzigsten Differentialgleichung dargestellt werden, daher sind nur ein kinetischer und ein potentieller Term für die Lyapunov-Funktion zu berücksichtigen. Die Lösung der Differentialgleichung ist direkt und eine Schätzung der CCT ist analytisch möglich.

Ein Zwei-Massen-Modell setzt eine endlich große Steifigkeit der Welle voraus. In diesem Fall ist für die mathematische Darstellung dieses Systems ein Differentialgleichungssystem vierter Ordnung erforderlich. Die Ermittlung der Lyapunov-Funktion muss deshalb nicht nur einen kinetischen und einen potentiellen Term, sondern auch einen elastischen Term berücksichtigen. Mit diesem wird die elastische Energie dargestellt, die in der Welle gespeichert und die zwischen den zwei rotierenden Massen kontinuierlich getauscht wird. Die Lösung des Differentialgleichungssystems ist nicht kompliziert aber eine analytische Schätzung der CCT ist nicht möglich, daher ist eine numerische Schätzung nötig.

In beiden Fällen (Ein- und Zwei-Massen-System) wurde die passende Lyapunov-Funktion ermittelt. Diese Funktionen wurden zur Stabilitätsuntersuchung an einem Kurzschlussläufer-Asynchrongenerator verwendet, aber die Anwendung für einen Synchrongenerator wäre problemlos auch möglich.

Sowohl für das mechanische Ein-Massen-System als auch für das mechanische Zwei-Massen-System stimmen die Simulationsergebnisse mit den berechneten CCTs sehr gut überein. Aus dem Vergleich zwischen Ergebnissen für beide mechanische Modellen ist hervorzuheben, dass die CCTs für das Zwei-Massen-Modell höher sind als die CCTs für ein äquivalentes Ein-Massen-Modell, bei dem die Turbinen- und Rotormasse als eine Masse betrachtet werden. Dabei muss berücksichtigt werden, dass dies kein allgemeines Phänomen ist, denn die elektrischen und mechanischen Maschinenparameter haben einen wichtigen Einfluss darauf.

4. Regelung doppelt gespeister Asynchronmaschinen zur Verbesserung der dynamischen und transienten Stabilität

4.1. Allgemeiner Aufbau der Maschinenregelung

Die Regelstrukturen rotierender elektrischer Maschinen unterscheiden sich in Abhängigkeit davon, ob die Maschine als Motor oder als Generator dient. Im Allgemeinen besteht die Regelung von rotierenden Maschinen aus mehreren Regelkreisen, die einander untergeordnet sind. Durch den Einsatz von leistungselektronischen Umrichtern können elektrische Maschinen mit hoher Flexibilität geregelt werden. Diese Umrichter erzeugen pulsmodulierten Spannungen, deren Grundkomponente im Betrag und in Frequenz bestimmbar ist.

Die Regelung von Motoren, typischerweise für industrielle Anwendungen, betrachtet die Drehzahl oder die Winkelposition als erste Regelgröße. Durch das Verhalten der Drehzahl oder der Winkelposition wird der Sollwert für die zweite, interne Regelgröße bestimmt. Diese ist meistens ein Strom (Statorstrom für Kurzschlussläufer-Asynchronmotoren, Ankerstrom für Gleichstrommotoren). Oft muss aus dem Stromsollwert dann ein Spannungssollwert berechnet werden, um die eingesetzten leistungselektronische Umrichter steuern zu können.

Die Regelung von Generatoren im Inselnetzbetrieb betrachtet üblicherweise zwei Regelgrößen, nämlich die Drehzahl und die Knotenspannung. Durch die Drehzahlregelung wird auch die Wirkleistung der Maschine geregelt [2], welche der mechanischen antreibenden Leistung abzüglich der inneren Verluste (oft vernachlässigbar klein) entspricht. Da die mechanische Leistung aus dem Produkt des mechanischen Drehmoments und der Drehzahl gebildet wird, steht die Drehzahl in direktem Zusammenhang mit der Wirkleistung. Nach einer Störung gleicht die antreibende Leistung der erzeugten Wirkleistung nicht aus, daher beginnt die Drehzahl zu pendeln.

Durch die Spannungsregelung wird auch die Blindleistung der Maschine geregelt [3]. Deshalb bestimmt die Regelung der Drehzahl und der Knotenspannung gleichzeitig den Arbeitspunkt der Maschine.

Die Regelung von Synchrongeneratoren und von Asynchrongeneratoren unterscheidet sich aufgrund der Funktionsweise der zwei Maschinen. In diesem Kapitel wird die Regelung doppelt gespeister ASM vorgestellt. Die Struktur der implementierten Regelung ist in der Literatur bekannt [21], [20], werden jedoch Änderungen zur Verbesserung des Maschinenverhaltens im dynamischen und transienten Bereich in dieser Arbeit vorgenommen:

- Der interne Regelkreis des Rotorstromrichters weist eine auf Maschinengleichungen basierte Entkopplung der Rotorstromkomponenten auf, womit die Steuersignale des Stromrichters schnell und unabhängig von der Rotorwinkelgeschwindigkeit bestimmt werden;
- Der Arbeitspunkt der Maschine wird nicht durch die Wirk- und die Blindleistung berechnet, sondern durch die Drehzahl und die Blindleistung. Damit kann die Stabilität der Maschine effektiver beobachtet und bewertet werden [25];

- Eine neue Stabilisierungsmethode für doppelt gespeiste ASM wird entwickelt, welche die Stabilität der ASM nach der Fehlerklärung erheblich verbessert.

Hierzu wird das neue Stabilisierungsverfahren erläutert. Um die transiente Stabilität auch im Fehlerfall zu gewährleisten müssen besondere Maßnahmen ergriffen werden. Genaue Untersuchungen haben gezeigt, dass die Stabilitätsfläche einer ASM wesentlich kleiner ist als die einer Synchronmaschine. Hierbei werden die Rotorwicklungen durch eine Batterie während und kurz nach der Fehlerklärung gespeist. Simulationen sowohl einer einzelnen Windturbine als auch eines Inselnetzes mit zwei Synchrongeneratoren (jeweils mit Spannungs- und Leistungsregler ausgestattet) und einem Windpark (zwei doppelt gespeiste ASM) beweisen die Wirksamkeit der neuen Methode im Vergleich zur Anwendung der Crowbar (siehe Kapitel 5). Die Crowbar-Methode, d.h. das Kurzschließen der Rotorwicklungen während des Netzkurzschlusses ist heute die am häufigsten verwendete Maßnahme, um im Fehlerfall die ASM und die leistungselektronischen Umrichter zu schützen. Diese Methode reduziert jedoch die Stabilisierungsfähigkeit der ASM.

4.2. Regelkreis des Rotorwechselrichters

4.2.1. Interner Kreis

In diesem Abschnitt wird eine entkoppelte Regelungsstrategie für den Rotorstromregelkreis einer doppelt gespeisten ASM entworfen. Die Aufgaben eines geschlossenen Regelkreises eines Systems sind ein bestimmtes Signal des Systems zu messen, dies mit seinem Referenzwert zu vergleichen, die entsprechende Abweichung zu berechnen und eine entgegengesetzte, zu dieser Abweichung angemessene Regelaktion durchzuführen. Im Gegensatz zu einer Steuerung ist der geschlossene Regelkreis einfacher zu realisieren und viel robuster bei Messungenauigkeiten und Störungen. Die Systemstabilität muss jedoch beachtet werden.

Ziel des geschlossenen Regelkreises ist es, die Abweichung am beobachteten Signal zu eliminieren. Nach der Regelungstechnik ist eine Abweichung gleich Null zwischen Referenz- und Messsignal theoretisch möglich. Das ist realisierbar, wenn die Regelaktion aus zwei Beiträgen besteht: der erste Beitrag ist proportional zur Abweichung (Proportionalregelung), d.h. je größer die Signalabweichung, desto stärker die Regelaktion; und der zweite Beitrag ist das Integral der Abweichung über die Zeit (Integralregelung), d.h. je größer die Abweichungsdauer, desto stärker die Regelaktion.

Die Regelung der Rotorströme wird durch einen Proportional-Integral- (PI) Regler auf jedem geschlossenen Stromkomponentenregelkreis realisiert. Um den Regler schneller und unabhängig von der Rotorwinkelgeschwindigkeit zu machen, wird dazu eine Entkopplung der Regelaktionen auf den d - und q -Achsen entworfen.

Gleichungen (2.16) und (2.17) stellen das DGL-System einer doppelt gespeisten ASM dar. Wie man sieht, sind die Zustandsgrößen miteinander und mit den Eingangsgrößen gekoppelt, da die verschiedenen Systemmatrizen aus der Kombination der Identitätsmatrix \mathbf{I} und der Rotationsmatrix \mathbf{J} (siehe Kapitel 2) bestehen. Eine Entkopplung der Regelaktion ist so gewünscht, dass eine Veränderung eines Referenzsignals beide Komponenten der Eingangs-

größen beeinflusst, damit nur eine Zustandsgröße verändert wird. Deshalb sollen die Systemmatrizen einschließlich des geschlossenen Regelkreises nur diagonal sein.

Damit die Regelungsentkopplung auf messbaren Signalen beruht, wird das DGL-System der doppelt gespeisten ASM auf andere Zustandsgrößen bezogen umformuliert (Stator- und Rotorströme). Nur die dynamische Gleichung der Rotorströme wird berücksichtigt:

$$\frac{d\mathbf{i}_r}{dt} = \frac{K_r}{\sigma} \left[\frac{1}{T_s} \mathbf{I} + \omega \mathbf{J} \right] \mathbf{i}_s + \left[-\frac{1}{\sigma T_r} \mathbf{I} - \left(\omega_a - \frac{\omega}{\sigma} \right) \mathbf{J} \right] \mathbf{i}_r + \frac{1}{\sigma L_r} (\mathbf{u}_r - K_s \mathbf{u}_s) \quad (4.1)$$

Diese Gleichung kann in einer Kompaktform ausgedrückt werden, indem die Rotorströme die einzigen Zustandsgrößen sind:

$$\frac{d\mathbf{i}_r}{dt} = \mathbf{A} \mathbf{i}_r + b \mathbf{u} \quad (4.2)$$

wobei für die Systemmatrix \mathbf{A} und der Eingangskoeffizient b gilt:

$$\mathbf{A} = \left[-\frac{1}{\sigma T_r} \mathbf{I} - \left(\omega_a - \frac{\omega}{\sigma} \right) \mathbf{J} \right], \quad b = \frac{1}{\sigma L_r}$$

Der Eingangsvektor \mathbf{u} wird aus den sonstigen Signalen (Statorspannungen und -ströme, Rotorspannungen) wie folgt bestimmt:

$$\mathbf{u} = L_r K_r \left[\frac{1}{T_s} \mathbf{I} + \omega \mathbf{J} \right] \mathbf{i}_s + \mathbf{u}_r - K_s \mathbf{u}_s$$

Man definiert einen geregelten Eingangsspannungsvektor \mathbf{u}_c anhand einer PI-Regelung, bezogen auf den Fehler zwischen Referenzsignal \mathbf{i}_{rd} und dem aktuell gemessenen Signal \mathbf{i}_r , mit den dafür vorgesehenen Gewichtsmatrizen \mathbf{K}_{p1} , \mathbf{K}_{p2} und \mathbf{K}_i :

$$\mathbf{u}_c = \mathbf{K}_{p1} \mathbf{i}_{rd} - \mathbf{K}_{p2} \mathbf{i}_r + \mathbf{K}_i \int_0^t (\mathbf{i}_{rd} - \mathbf{i}_r) dt \quad (4.3)$$

Nach Einführung des geregelten Eingangssignals \mathbf{u}_c in das dynamische System (4.2) und Differentiation nach der Zeit (wobei die Zeitableitungen von ω_a und ω in einem ausreichend kurzen Zeitabstand vernachlässigt werden dürfen), folgt:

$$\frac{d^2 \mathbf{i}_r}{dt^2} = (\mathbf{A} - b \mathbf{K}_{p2}) \frac{d\mathbf{i}_r}{dt} + b \mathbf{K}_{p1} \frac{d\mathbf{i}_{rd}}{dt} + b \mathbf{K}_i (\mathbf{i}_{rd} - \mathbf{i}_r) \quad (4.4)$$

Damit eine entkoppelte Regelung möglich ist, müssen alle Matrizen in der Gleichung (4.4) diagonal sein. Das ist erreichbar, wenn folgende Gewichtsmatrizen ausgewählt werden:

$$\mathbf{K}_{p1} = k_p \mathbf{I}, \quad \mathbf{K}_{p2} = k_p \mathbf{I} - \sigma L_r \left(\omega_a - \frac{\omega}{\sigma} \right) \mathbf{J}, \quad \mathbf{K}_i = k_i \mathbf{I}$$

Bei der Anwendung dieser Regelfaktoren realisiert man eine entkoppelte Regelung unabhängig von den vorgeschlagenen Werten für k_p und k_i . Diese zwei Koeffizienten haben ei-

nen Einfluss auf die Dynamik der Regelung und können so ausgewählt werden, dass die gewünschte Regelzeitkonstante erreicht wird.

Die Gleichung (4.4) mit Entkopplung durch die vorgeschlagenen Gewichtsmatrizen kann in den Laplace-Bereich transformiert werden. Die Übertragungsfunktion im Laplace-Bereich zwischen dem aktuellen und dem gewünschten Wert des Rotorstroms für jede Komponente ergibt:

$$\frac{I_{rh}(p)}{I_{rhd}(p)} = \frac{k_p p + k_i}{\sigma L_r p^2 + \left(\frac{L_r}{T_r} + k_p\right) p + k_i} \quad h = d, q \quad (4.5)$$

Man kann die Übertragungsfunktion (4.4) theoretisch zu einem System erster Ordnung, durch die Elimination eines Pols mit einer Nullstelle, reduzieren, wenn man den Faktor k_i folgendermaßen auswählt:

$$k_i = \frac{k_p}{\sigma T_r}$$

Damit erhält man:

$$\frac{I_{rh}(p)}{I_{rhd}(p)} = \frac{1}{1 + \tau p} \quad h = d, q, \quad \tau = \frac{\sigma L_r}{k_p} \quad (4.6)$$

Der Algorithmus für die entworfene Regelung lautet:

1. Man bestimmt eine gewünschte Regelkreiszeitkonstante τ (normalerweise ist die Zeitkonstante für diesen Regelkreis in der Größenordnung von 2,5 - 10 ms);

2. Man bestimmt die Elemente der Gewichtsmatrizen für die PI-Regler mit $k_p = \frac{\sigma L_r}{\tau}$ und

$$k_i = \frac{k_p}{\sigma T_r} = \tau \frac{L_r}{T_r}.$$

3. Man bestimmt die Ausgangssignale der entkoppelten Regelung (in geschweiften Klammern die Laplace-Transformierten):

- $u_{cd} = \left\{ k_p + \frac{k_i}{p} \right\} (i_{rdd} - i_{rd}) - \sigma L_r \left(\omega_a - \frac{\omega}{\sigma} \right) i_{rq}$
- $u_{cq} = \left\{ k_p + \frac{k_i}{p} \right\} (i_{rqd} - i_{rq}) + \sigma L_r \left(\omega_a - \frac{\omega}{\sigma} \right) i_{rd}$

4. Man bestimmt die Referenzsignale für die Komponente der Rotorspannung:

- $u_{rdd} = u_{cd} + K_s u_{sd} - \frac{K_r L_r}{T_s} i_{sd} + \omega K_r L_r i_{sq}$

- $$u_{rqd} = u_{cq} + K_s u_{sq} - \frac{K_r L_r}{T_s} i_{sq} - \omega K_r L_r i_{sd}$$

Eine graphische Darstellung des vorgeschlagenen Entkopplungsschemas für die Regelung der Rotorströme anhand der Gleichungen und des vorgestellten Algorithmus wird im Bild 4.1 angegeben. Dieses Schema stellt den internen Regelungskreis für den Rotorwechselrichter der ASM zusammen. Der externe Regelungskreis, der die Rotorstromreferenzen für den internen Kreis liefert, wird für die Bestimmung des Betriebspunkts bzw. der Betriebsbedingungen genutzt. Dieser wird im nächsten Abschnitt beschrieben.

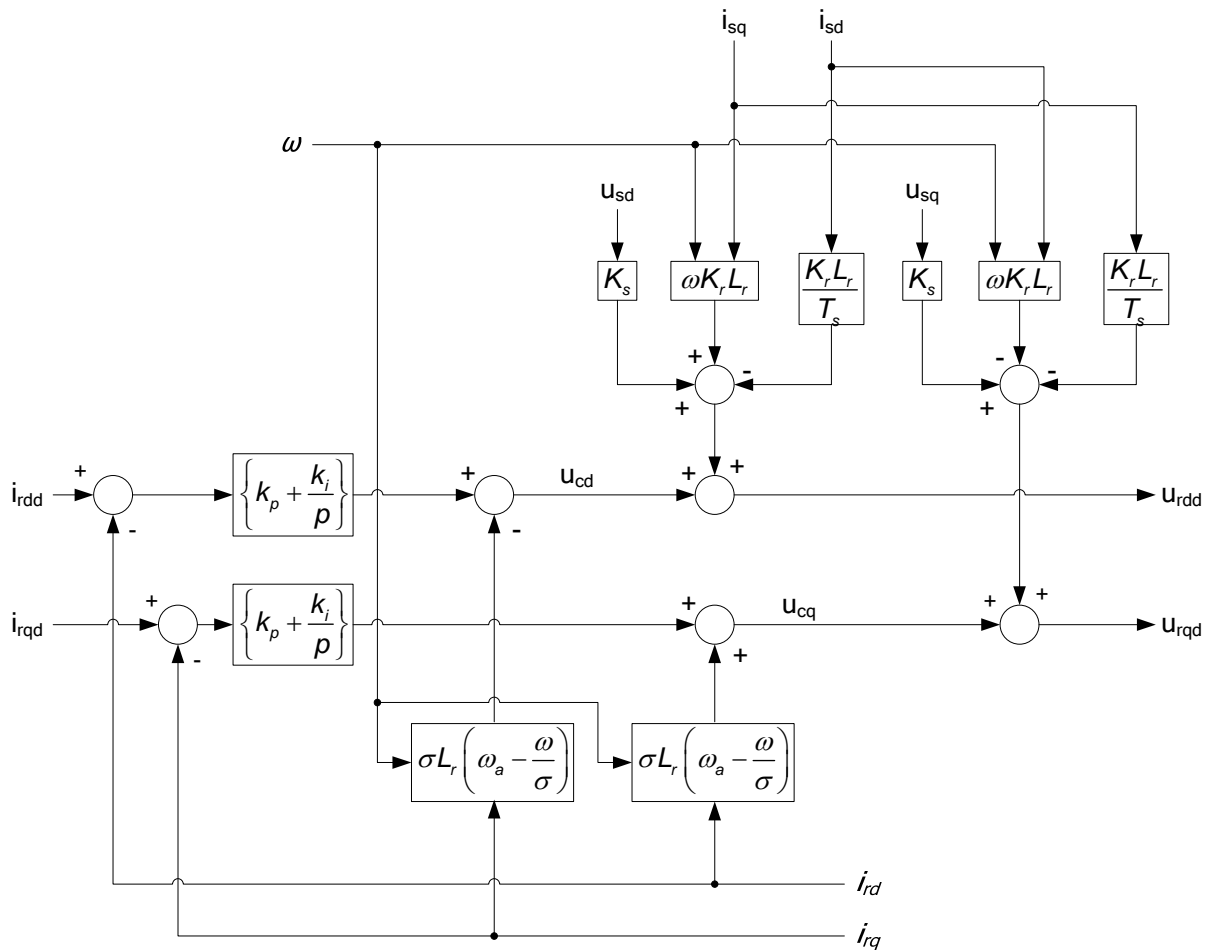


Bild 4.1: Entkoppelte Rotorstromregelung einer doppelt gespeisten ASM

4.2.2. Externer Kreis

Die Regelung des Rotorwechselrichters hat den Zweck, die Maschine zu dem gewünschten Betriebspunkt zu führen. Das Reglerschema, das im Abschnitt 4.2.1 entworfen wurde, bestimmt die Regelsignale für die Rotorspannungen, mit denen die spezifizierten Rotorströme erreicht werden. Diese Rotorspannungen werden mit einer PWM durch den Rotorwechselrichter generiert. Dieses Schema muss mit einem zusätzlichen Regelungskreis ergänzt

werden, der die Referenzsignale für die Rotorströme festlegt, bei denen die optimalen Arbeitsbedingungen realisiert werden.

Eine Windkraftanlage (WKA) mit doppelt gespeister ASM kann ihren Betriebspunkt ändern, um Wirkleistung bei veränderlicher Windgeschwindigkeit zu erzeugen. Dies erfolgt durch die Anpassung der Rotorspannungen (in Frequenz und Betrag). Die WKA kann somit sowohl im Übersynchron- als auch im Untersynchronbereich arbeiten.

Üblicherweise betrachtet man als Parameter für die Bestimmung des Arbeitspunkts die gemessenen Wirk- und Blindleistung. Im Falle einer doppelt gespeisten ASM kann man diese Parameter so auswählen, dass auch die Stabilität der Maschine berücksichtigt wird. In [25] wird eine Definition für die Stabilität von Asynchronmaschinen angegeben. Diese betrachtet die Rotorwinkelgeschwindigkeit, die im stationären Betrieb bzw. nach einer Störung „in der Nähe“ der Synchronwinkelgeschwindigkeit bleiben bzw. zurückkehren soll. Eine quantitative Schätzung, wie „nah“ die Rotorwinkelgeschwindigkeit bezogen auf die Synchronwinkelgeschwindigkeit sein soll, hängt von den Arbeitsbedingungen ab, welche durch das externe mechanische Drehmoment bestimmt werden.

Da die erzeugte Wirkleistung sich aus dem Produkt von der Rotorwinkelgeschwindigkeit und dem Drehmoment ergibt, kann der Arbeitspunkt durch die Regelung der Rotorwinkelgeschwindigkeit und der Blindleistung festgelegt werden und dies hat direkt Auswirkungen auf die Maschinenstabilität.

Die Bestimmung des Referenzwerts für die Rotorwinkelgeschwindigkeit ω erfolgt unterschiedlich je nachdem, ob die Windgeschwindigkeit unter bzw. über dem Bemessungswert der WKA liegt. Im ersten Fall wird ω zum optimalen Wert geregelt, der die jeweils maximale Wirkleistungserzeugung ermöglicht.

Die mechanische Leistung, die eine WKA vom Wind aufnimmt, wird anhand der Turbinenfläche (R = Radius des Propellers), der Luftdichte ρ , des Leistungskoeffizienten C_p und der dritten Potenz der Windgeschwindigkeit v_w wie folgt berechnet [21], [24]:

$$P_m = \frac{1}{2} \rho \pi C_p (\lambda, \beta) R^2 v_w^3 \quad (4.7)$$

wobei der Leistungskoeffizient C_p in Abhängigkeit vom Kipp-Geschwindigkeits-Verhältnis („tip-speed-ratio“) λ steht:

$$\lambda = \frac{\omega_m R}{v_w} \quad (4.8)$$

und vom Flügelwinkel β eine Herstellerkennlinie beschreibt, die einzigartig für jede WKA ist. Eine typische (C_p - λ) - Kennlinie wird im Bild 4.2 gezeigt. Die mechanische Rotorwinkelgeschwindigkeit ω_m ist durch die Polpaarzahl p auf die elektrische Rotorwinkelgeschwindigkeit ω bezogen:

$$\omega_m = \frac{\omega}{p}$$

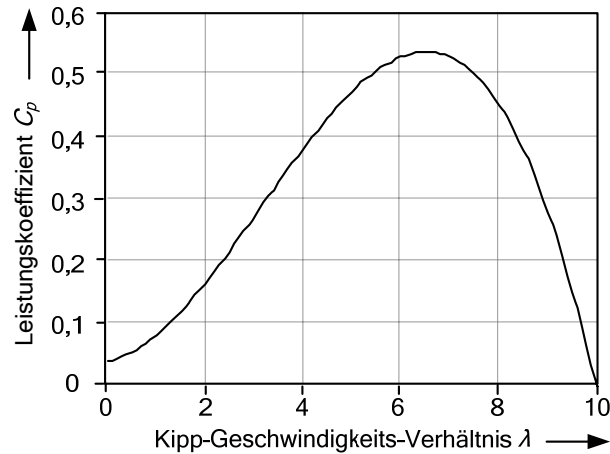


Bild 4.2: Typische Kennlinie des Leistungskoeffizienten C_p einer WKA in Abhängigkeit vom Kipp-Geschwindigkeits-Verhältnis λ

Aus dem Bild 4.2 ist zu sehen, dass ein Wert von λ existiert, der den Leistungskoeffizient C_p , und damit auch die aufgenommene mechanische Leistung P_m , maximiert. Ziel der Regelung ist also, bei gegebenem λ den optimalen Wert für C_p zu erhalten.

Unter dem Bemessungswert der WKA wird also die Rotorwinkelgeschwindigkeit durch die Gleichung (4.8) bestimmt. In Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit kann man eine optimale Kennlinie Wirkleistung – Rotorwinkelgeschwindigkeit nachbilden, bei der die maximale erzeugte Wirkleistung (die praktischerweise der aufgenommenen mechanischen Leistung entspricht, da die Maschinenverluste vernachlässigbar klein sind) quadratisch mit ω_m ist (Bild 4.3). Ziel dieser Regelstrategie ist, die in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit jeweils maximal erzeugbare Wirkleistung ins Netz zu speisen.

Wenn der Bemessungswert der WKA erreicht wird, erfolgt eine Pitchwinkelregelung, welche die aufgenommene mechanische Leistung begrenzt. Gleichzeitig ist die Rotorwinkelgeschwindigkeit zu dem maximal erlaubten Wert geregelt, um die Maschine nicht zu beschädigen. Diese Regelung wird im Abschnitt 4.4 erläutert.

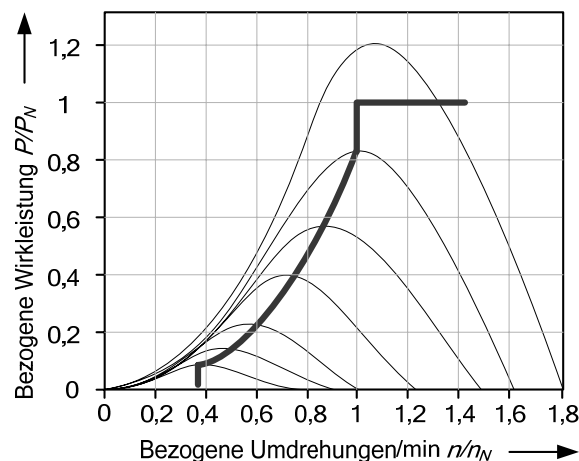


Bild 4.3: Optimale Wirkleistung – Drehzahl – Kennlinie [20]

Die Differenz zwischen dem Referenzwert der Rotorwinkelgeschwindigkeit und dem aktuellen gemessenen Wert ist das Eingangssignal für einen PI-Regler, der den Rotorstromsollwert auf der q -Achse bestimmt. Ähnlich bildet die Differenz zwischen dem Referenzwert und dem gemessenen Wert der Blindleistung den Eingang für einen zweiten PI-Regler für den Rotorstromsollwert auf der d -Achse (siehe Bild 4.4 für das gesamte Regelungsschema).

4.3. Regelkreis des Netzstromrichters

Um eine frequenzveränderliche Regelung des Rotorwechselrichters zu realisieren, ist der Wechselrichter mit einer konstanten Gleichspannung zu versorgen. Diesem Zweck dient ein Stromrichter.

Hauptaufgabe eines Stromrichters ist, eine konstante Gleichspannung am Ausgang zu gewährleisten. In der Antriebstechnik wird häufig ein Stromrichter am Zwischenkreis eines Wechselrichters angeschlossen, um eine Wechselspannung konstant im Betrag und in Frequenz in eine Wechselspannung mit regelbaren Betrag und Frequenz umzuwandeln.

Für den Wechselrichter auf der Rotorseite einer doppelt gespeisten ASM verwendet man einen 4-Quadranten-Stromrichter. Die WKA soll nämlich sowohl im Übersynchron- als auch im Untersynchronbereich arbeiten können, und deshalb soll der Stromrichter die Spannung am Zwischenkreis bei beiden Leistungsflussrichtungen halten. Wenn die Rotorwinkelgeschwindigkeit höher ist als die Synchronwinkelgeschwindigkeit, wird die ganze mechanische Leistung vom Wind ins Netz als elektrische Wirkleistung gespeist. Wenn die Rotorwinkelgeschwindigkeit niedriger ist als die Synchronwinkelgeschwindigkeit, wird ein Teil der erzeugten Wirkleistung durch den Stromrichter benutzt, um die Zwischenkreisspannung im Untersynchronbereich zu halten.

Damit der Stromrichter als 4-Quadranten-Stromrichter betrieben werden kann, benutzt man steuerbare Bauelemente wie IGBT. Leistungselektronische unsteuerbare Bauelemente (wie Dioden, die spannungsabhängig sind) sind für 4-Quadranten-Umrichter nicht benutzbar. Partiiell steuerbare Bauelemente (wie Thyristoren, die steuerbar beim Einschalten und spannungsabhängig beim Ausschalten sind) sind für 4-Quadranten-Stromrichter zwei gegenparallele Bauelemente bzw. Stromrichter anzuwenden.

Der zu entwerfende Stromrichter dient außerdem auch der Erhöhung der Zwischenkreisspannung. Eine Spannungserhöhung ist in der Regel notwendig, wenn das Übersetzungsverhältnis zwischen Ständer- und Rotorwicklungen der ASM größer als eins ist. Dabei werden die Rotorströme entsprechend reduziert.

Eine geeignete Regelstrategie für den 4-Quadranten-Stromrichter bestimmt den Betrag $I_{ac,amp}$ der Wechselströme (auf der Netzseite) durch einen PI-Regler anhand der Differenz zwischen Referenz- und gemessener Gleichspannung. Mit diesem Betrag berechnet man die Spannungsabfälle auf der Netzinduktivität L_t und die Wechselspannungen am Eingang des Stromrichters. Ein zusätzlicher Regelkreis berechnet den Winkel α der Wechselströme im Bezug auf die Wechselspannungen. Damit setzt man fest, in welche Richtung die Wirk- und Blindleistung fließen. Die PWM Modulationssignale für den Stromrichter können durch die folgenden Gleichungen formuliert werden:

$$u_{m1} = \hat{U} \sin(\omega_a t + \varphi_s) - \omega_a L_t I_{ac,amp} \cos(\omega_a t + \varphi_s + \alpha) \quad (4.9)$$

$$u_{m2} = \hat{U} \sin\left(\omega_a t + \varphi_s - \frac{2}{3}\pi\right) - \omega_a L_t I_{ac,amp} \cos\left(\omega_a t + \varphi_s + \alpha - \frac{2}{3}\pi\right) \quad (4.10)$$

$$u_{m3} = \hat{U} \sin\left(\omega_a t + \varphi_s + \frac{2}{3}\pi\right) - \omega_a L_t I_{ac,amp} \cos\left(\omega_a t + \varphi_s + \alpha + \frac{2}{3}\pi\right) \quad (4.11)$$

In den Gleichungen (4.9)-(4.11) repräsentiert \hat{U} der Betrag der verketteten Spannung am Ausgang des Maschinentransformators, und φ_s ist gleich $\pi/6$, weil die verketteten Spannungen betrachtet werden.

Im jedem sechsten Teil der Periode wird eine Phase nicht geregelt, und die anderen zwei bilden einen einphasigen Stromrichter. In diesem Zeitintervall wird das entsprechende Modulationssignal mit zwei Dreiecksträgerwellen, deren Frequenz die Schaltfrequenz der leistungselektronischen Elemente ist und die 180° voneinander verschoben sind, verglichen. Aus diesem Vergleich entstehen auch die periodischen Kurzschlüsse an der Netzseite des Stromrichters.

4.4. Regelung der mechanischen Leistung durch den Pitchwinkel

Für Windgeschwindigkeiten, die höher sind als der Bemessungswert der WKA, verwendet man eine Pitchwinkelregelung, die die aufgenommene mechanische Leistung begrenzt.

Vorausgesetzt, dass die Flügeloberfläche als ideal betrachtet werden kann, d.h. ohne Krümmungen, berechnet man die aufgenommene mechanische Leistung vom Wind als proportional des Kosinus der Winkeldifferenz zwischen zwei Vektoren. Der erste repräsentiert die Richtung des Winds, der zweite ist der normierte Vektor der Flügeloberfläche (senkrecht der Oberfläche). Wenn diese zwei Vektoren die gleiche Richtung haben, ist die Winkeldifferenz Null und die aufgenommene mechanische Leistung vom Wind maximal. Wenn diese Leistung zu verringern ist, kann man eine Winkeldifferenz einführen.

Erreicht die gemessene Windgeschwindigkeit ihren Grenzwert, bestimmt ein PI-Regler den Referenzwert für den Flügelwinkel bezogen auf die Windrichtung. Für die Simulation der Flügeldynamik wird der tatsächliche Flügelwinkel anhand der Flügelzeitkonstante T_{bl} gerechnet. Die Regelung des Flügelwinkels ist nur bis zu einem maximal erreichbaren Winkel möglich. Für höhere Windgeschwindigkeiten wird die WKA vom Netz ausgeschaltet. Bild 4.4 stellt das gesamte Regelungsschema dar.

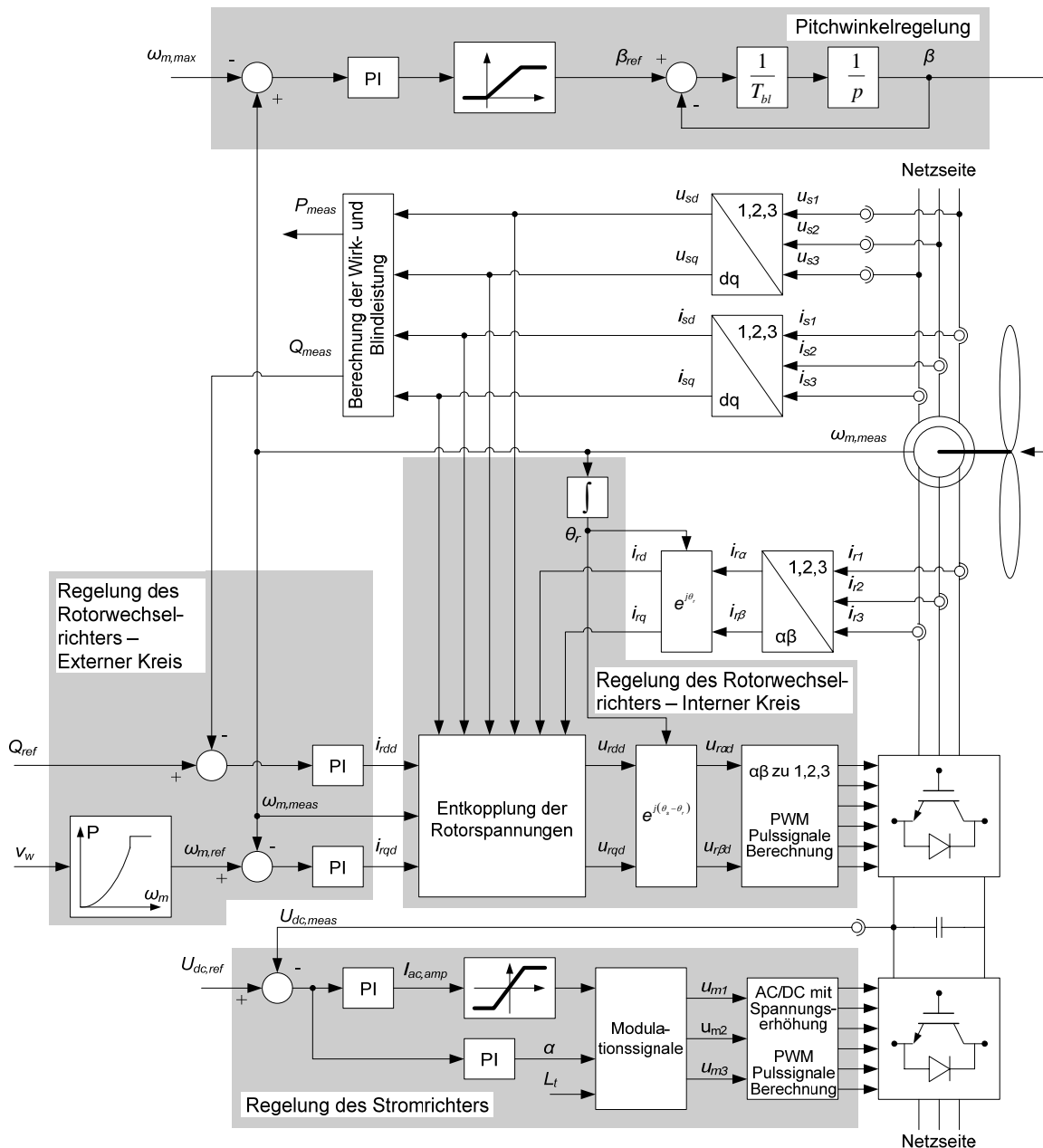


Bild 4.4: Gesamtes modelliertes Regelungsschema einer doppelt gespeisten ASM

4.5. Neues Verfahren zur Verbesserung der transienten Stabilität

Beim Eintreten eines Kurzschlusses im Netz, an dem eine WKA angeschlossen ist, bricht die Knotenspannung der Maschine zusammen. Da das elektromagnetische Drehmoment einer ASM quadratisch proportional zur Maschinenknotenspannung ist, verursacht die Verringerung der Maschinenstatorspannung eine umso stärkere Verringerung des elektromagnetischen Drehmoments. Dadurch sinkt die erzeugte Wirkleistung drastisch.

In den ersten Millisekunden nach Eintritt des Netzkurzschlusses steigt die Gleichspannung am Zwischenkreis des Rotorwechselrichters zu sehr hohen Werten, um dann schnell

abzuklingen. Diese Tatsache zwingt oft, die Maschine vom Netz zu trennen, da keine Stabilisierung möglich ist, solange der Netzfehler dauert.

Die heute am häufigsten verwendete Maßnahme, um im Fehlerfall die ASM und die leistungselektronischen Umrichter zu schützen, ist die Anwendung einer Crowbar. Diese Methode besteht in der Trennung des Wechselrichters auf der Rotorseite und in der Kurzschließung der Rotorwicklungen mit einem geringen Widerstand.

Diese Methode hat jedoch negative Konsequenzen für die Stabilität der Maschine. Das mechanische Drehmoment wird nicht durch diese Maßnahme reduziert, und die doppelt gespeiste ASM wird eine Kurzschlussläufer-ASM, die durch eine wesentlich kleinere Stabilitätsfläche im Vergleich zur doppelt gespeisten ASM charakterisiert ist. Unter diesen Bedingungen steigt die Rotorwinkelgeschwindigkeit der Maschine weiter. Damit reduziert sich die Fähigkeit der Maschinenregelung, einen stabilen Arbeitspunkt nach Fehlerklärung zu erreichen.

Bild 4.5 stellt den Vergleich zwischen den Stabilitätsflächen einer doppelt gespeisten ASM in zwei verschiedenen Situationen dar. Das Diagramm zeigt stationäre Drehmoment – Schlupf – Kennlinien (Transienten zwischen diesen Zuständen werden nicht berücksichtigt). Die durchgezogene Kurve stellt einen normalen Betriebszustand dar ($U_s/U_{s,ss} = 1$, $U'_r/U'_{r,ss} = 1$, der Tiefgestellte ss bezieht sich auf den stationären Zustand). U_s ist die Statorspannung und U'_r die auf die Statorseite bezogene Rotorspannung. Die gestrichelte Kurve stellt die Drehmoment – Schlupf – Kennlinie im Falle einer reduzierten Statorspannung und eines kurzgeschlossenen Rotors dar ($U_s/U_{s,ss} = 0,75$, $U'_r/U'_{r,ss} = 0$), was den Fall eines Netzfehlers mit Anwendung der Crowbar am Rotor der ASM repräsentiert. Man erkennt, dass schon eine Verringerung der Statorspannung um 25% kritisch für die Stabilität der Maschine sein kann. Die Spannungsreduzierung während eines Netzkurzschlusses an dem Maschinenknoten beträgt oft 50% bis 100% in Abhängigkeit von der Fehlerortung.

In diesem Abschnitt wird eine neue Stabilisierungsmethode vorgeschlagen, deren Ziel sowohl der Schutz der leistungselektronischen und maschinellen Bauteile als auch die Verbesserung der Stabilisierungsfähigkeit ist [28], [29]. Die Grundlage dieser Methode ist, dass die Drehmoment – Schlupf – Kennlinie der Maschine sowohl von der Ständer- als auch von der Rotorseite bestimmt werden kann. Das ist durch die Maschinengleichungen (2.16) und (2.17) bewiesen.

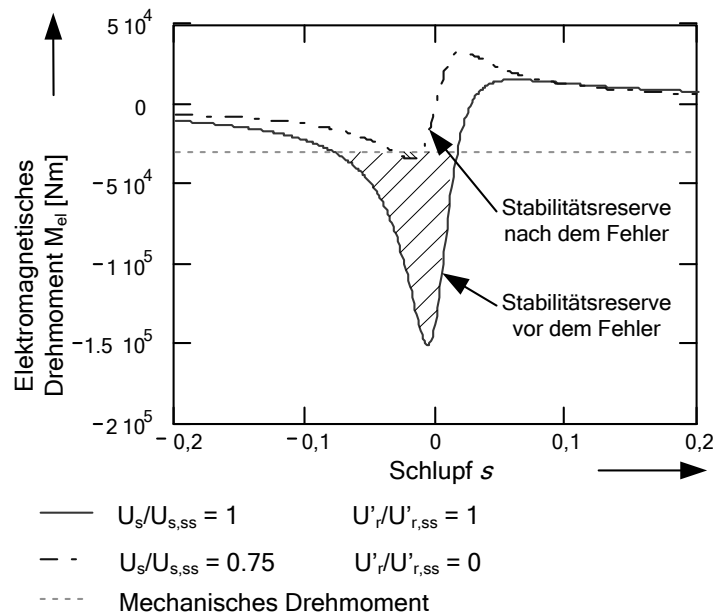


Bild 4.5: Stationäre Drehmoment – Schlupf – Kennlinien im Normalbetrieb und im Kurzschlussfall bei Anwendung einer Crowbar

Eine Verringerung der Stabilitätsreserve durch Zusammenbruch der Statorspannung kann mit der Stützung der Zwischenkreisspannung (und damit der Rotorspannung) kompensiert werden. Das ist im Bild 4.6 dargestellt, es sind die stationären Drehmoment – Schlupf – Kennlinien für den Normalbetrieb und im Fehlerfall mit der Erhöhung der Rotorspannung enthalten. Die durchgezogene Kurve stellt den gleichen Betriebszustand dar wie im Bild 4.5. Die gestrichelte Kurve bezieht sich auf den Fall einer reduzierten Statorspannung und einer erhöhten Rotorspannung ($U_s/U_{s,ss} = 0,5$, $U'_r/U'_{r,ss} = 1,5$).

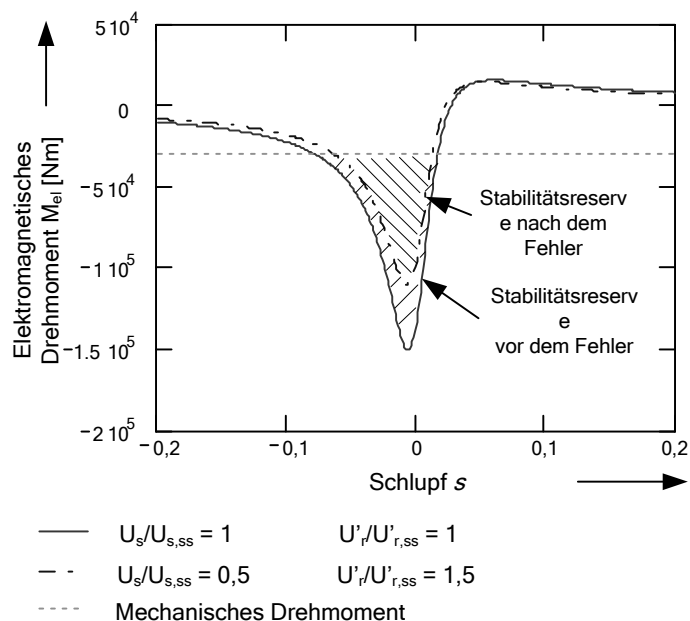


Bild 4.6: Stationäre Drehmoment – Schlupf – Kennlinien im Normalbetrieb und im Kurzschlussfall bei Erhöhung der Rotorspannung

Vergleicht man die zwei Bilder 4.5 und 4.6, erkennt man, dass die drastische Verringerung der Stabilitätsreserve im Fehlerfall praktisch vermieden werden kann, wenn der Stromrichter vom Netz getrennt wird und die Rotorwicklungen während des Fehlers und kurz danach weiter versorgt werden, zum Beispiel durch eine am Zwischenkreis angeschlossene externe Spannungsquelle. Die Stützung der Zwischenkreisspannung ist für eine minimale Dauer zu halten, bevor der Stromrichter wieder eingeschaltet wird. Die Maschinendaten zur Ermittlung der Bilder 4.5 und 4.6 befinden sich im Anhang 9.1.

Die Rotorströme während des Kurzschlusses und nach der Wiedereinschaltung erreichen normalerweise hohe Spitzenwerte, die aber dank dem internen Übersetzungsverhältnis zwischen Stator- und Rotorwicklungen der ASM reduziert werden. Somit werden die transienten Spitzen im Rotorstrom kleiner als die stationären Statorströme.

5. Untersuchung der Systemstabilität bei Betrieb am starren Netz und im Inselnetz

5.1. Vereinfachte analytische Untersuchung der Systemstabilität

In diesem Kapitel wird die Untersuchung der Stabilität eines Elektroenergiesystems mit lokalen, alternativen Erzeugungsanlagen vorgestellt.

Die vorliegende Untersuchung wird in zwei Schritten durchgeführt. Im ersten Schritt (dieser Abschnitt) wird die dynamische Systemstabilität analytisch untersucht. Das betrachtete System wird auf vereinfachter Art als Maschine mit angeschlossenem Netz dargestellt. Dabei ist die doppelt gespeiste ASM als alternative Erzeugungsanlage angenommen, welche durch ihre einphasige Schaltung nachgebildet wird. Das vereinfachte Netz, das aus einer Spannungsquelle und der Netzkurzschlussimpedanz besteht, ersetzt das an die doppelt gespeiste ASM angeschlossene Elektroenergiesystem (Bild 5.1).

Im zweiten Schritt (Abschnitte 5.2 und 5.3) wird die Stabilitätsuntersuchung anhand von Simulationsergebnissen durchgeführt. Darum werden zwei Betriebsarten (WKA am starren Netz oder Windpark in einem Inselnetz) und zwei Betriebszustände (Normalbetrieb mit Änderung der Windgeschwindigkeit und Kurzschluss im Netz) berücksichtigt.

Die in diesem Abschnitt vorgestellte analytische Untersuchung betrachtet das im Bild 5.1 dargestellte System. Die vorhandene doppelt gespeiste ASM wird durch ihre einphasige, stationäre Ersatzschaltung nachgebildet. Dabei werden die Parameter der Statorschaltung (Spannung \underline{U}_s , Streureaktanz $X_{\sigma s}$ und Widerstand R_s) und die Parameter der auf die Statorseite bezogene Rotorschaltung (Spannung \underline{U}_r' , Streureaktanz $X_{\sigma r}'$ und Widerstand R_r'), sowie die Hauptreaktanz X_m berücksichtigt. Der Einfluss des Schlupfes s auf die Rotorgröße wird wie üblich nachgebildet.

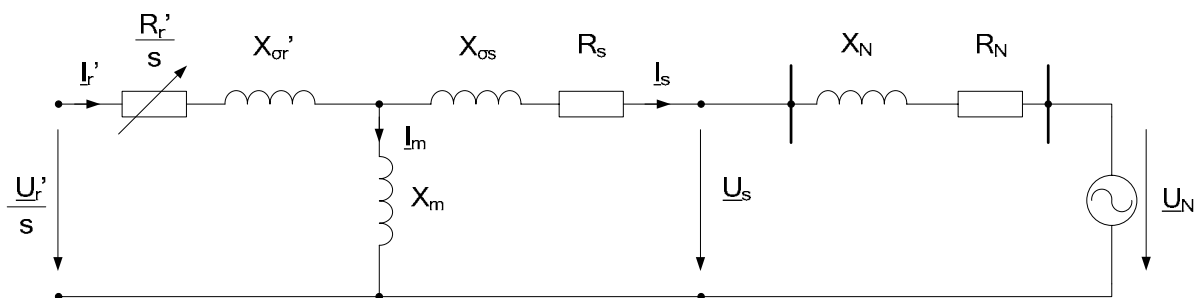


Bild 5.1: Einphasiges Ersatzschaltbild des untersuchten Systems

Das durch eine äquivalente Spannungsquelle \underline{U}_N und die Netzkurzschlussimpedanz $\underline{Z}_N = R_N + jX_N$ dargestellte Netz kann sowohl ein übergeordnetes Hochspannungsnetz (z.B. im Falle eines Windparks) als auch ein lokales Netz im Mittelspannungs- oder Niederspannungsbereich (z.B. ein Inselnetz) repräsentieren. Dabei spielen nicht nur die Absolutwerte der Netzreaktanz und des Netzwiderstands (auf die Spannungsebene der Maschine bezogen), sondern

auch deren Verhältnis eine große Rolle. Dies wird in der vorliegenden Analyse besonders berücksichtigt.

Höchstspannungsnetze (380 / 220 kV) haben üblicherweise Kurzschlussleistungen in der Größenordnung von 10 bis 55 GVA, Hochspannungsnetze (110 kV) von 2 bis 10 GVA. Für alle diese Spannungsebenen ist das Verhältnis Netzreaktanz / Netzwidestand in der Regel gleich 10. Mittelspannungsnetze (10 / 20 kV) werden durch Kurzschlussleistungen in der Größenordnung von 350 bis 1000 MVA charakterisiert und ein typisches Verhältnis Netzreaktanz / Netzwidestand beträgt 2.

Die im Bild 5.1 dargestellten Widerstand R_N und Reaktanz X_N beziehen sich nicht nur auf das an die WKA angeschlossene Netz (im Hoch- bzw. Mittelspannungsbereich), sondern auch auf die Transformatoren und Leitungen, die für die Verbindung der WKA an das Netz erforderlich sind. Sie bilden also die gesamte Netzimpedanz am WKA-Anschluss.

Für eine 5-MW-WKA kann man von einer Nennspannung der Anlage gleich 1 kV ausgehen. Für eine Anwendung einer solchen WKA in einem Windpark, mit 1 / 20 kV-, 20 / 110 kV- und 110 / 380 kV-Transformatoren zur Verbindung mit einem 380-kV-Netz, einschließlich der Leitungen (Kabel und Freileitungen) und in Abhängigkeit von deren Länge und Art, sind typische Werte der gesamten, auf die Maschinenspannungsebene (1 kV) bezogenen Netzimpedanz Z_N in der Größenordnung von 0,01 bis zu 0,05 Ω und typische Werte von X_N / R_N von 4 bis 10 (je längere 20-kV-Leitungen desto kleiner dieses Verhältnis). In einem Windpark sind nämlich kurze Leitungen vorhanden. Wegen der Übersetzungsverhältnisse sind zur Bildung der gesamten Netzimpedanz die WKA - Maschinentransformatoren quantitativ sehr wichtig.

Bei Anwendung von WKA als einzelne Anlage oder in kleinen Windparks in lokalen Mittelspannungsnetzen spielt eine wichtige Rolle vor allem die Länge von vorhandenen Kabeln und Freileitungen, in zweiter Ordnung die Impedanzen von lokalen Generatoren und Transformatoren. Typische Werte der gesamten, auf die Maschinenspannungsebene (1 kV) bezogenen Netzimpedanz Z_N sind in der Größenordnung von 0,02 bis zu 0,2 Ω , wobei typische Werte von X_N / R_N in diesem Fall in der Größenordnung von 1 bis 3 betragen.

Das Gleichgewicht zwischen der antreibenden mechanischen und der erzeugten elektrischen Leistung ergibt sich bei einem bestimmten Wert des Schlupfes s , welcher den Arbeitspunkt bestimmt. Wie in Kapitel 3 erwähnt, hat der Schlupf s nicht nur einen Einfluss auf die Maschinenparameter. Durch den Schlupf ändert sich die Maschinenimpedanz und deshalb auch der Statorstrom. Anhand dieses Stromes und der Netzkurzschlussimpedanz bildet sich die Statorspannung, die also auch vom Schlupf (indirekt) abhängig ist.

Ziel der Untersuchung ist demzufolge feststellen, unter welchen Bedingungen (Schlupf, Betrag und Winkel der Rotorspannung, Absolutwert der Netzkurzschlussimpedanz, Verhältnis Netzreaktanz / Netzwidestand) das untersuchte System stabil arbeiten kann. Hierfür wird vorausgesetzt, dass die WKA im Übersynchronbereich arbeitet. Es wird außerdem angenommen, dass der Mindestwert des Schlupfes für den Generatorbetrieb $s_{\min} = -0,03$ beträgt (für die betrachtete Maschine). Daher ist der Magnetisierungsstrom im Vergleich mit dem Stator- und Rotorstrom vernachlässigbar klein, so dass die Hauptreaktanz X_m nicht zu betrachten werden muss.

Der Statorstrom \underline{I}_s (und somit der auf die Statorseite bezogene Rotorstrom \underline{I}'_r) lässt sich wie folgt berechnen, wobei die im Kapitel 3 eingesetzten Symbole X_k für die Kurzschlussreaktanz und $R(s)$ für den schlupfabhängigen Maschinenwiderstand verwendet werden:

$$\frac{\underline{U}'_r}{s} - \underline{U}_N = \underline{I}_s (R(s) + R_N + jX_k + jX_N) \Rightarrow \underline{I}_s = \frac{\frac{\underline{U}'_r}{s} - \underline{U}_N}{R(s) + R_N + jX_k + jX_N} \quad (5.1)$$

Die Statorspannung \underline{U}_s kann mit Hilfe des in der Gleichung (5.1) berechneten Stroms bestimmt werden:

$$\begin{aligned} \underline{U}_s &= \underline{U}_N + \underline{I}_s (R_N + jX_N) \\ &= \underline{U}_N + \frac{\left(\frac{\underline{U}'_r}{s} - \underline{U}_N \right) \left[R_N (R(s) + R_N) + X_N (X_k + X_N) + j(X_N R(s) - R_N X_k) \right]}{(R(s) + R_N)^2 + (X_k + X_N)^2} \end{aligned} \quad (5.2)$$

Die Wirkleistung ergibt sich als reeller Teil des Produktes der komplexen Statorspannung und des konjugierten komplexen Statorstroms. Dabei wird angenommen, dass der Wirkleistungsanteil, der von den Rotorwicklungen durch den Umrichter auf der Rotorseite ins Netz gespeist wird, vernachlässigbar klein ist.

Die Wirkleistung P_E der WKA wird anhand der folgenden Gleichung (5.3) berechnet, wobei die Netzspannung \underline{U}_N als Referenz zur Vereinfachung der Berechnung verwendet wird ($\underline{U}_N = U_N$):

$$\begin{aligned} P_E &\cong \operatorname{Re} \{ \underline{U}_s \underline{I}_s^* \} = \\ &= \operatorname{Re} \left\{ \left[\underline{U}_N + \frac{\left(\frac{\underline{U}'_r}{s} - U_N \right) \left[R_N (R(s) + R_N) + X_N (X_k + X_N) + j(X_N R(s) - R_N X_k) \right]}{(R(s) + R_N)^2 + (X_k + X_N)^2} \right] \right. \\ &\quad \cdot \left. \left[\frac{\left(\frac{\underline{U}'_r}{s} - U_N \right) \left[(R(s) + R_N) + j(X_k + X_N) \right]}{(R(s) + R_N)^2 + (X_k + X_N)^2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (5.3)$$

Die Multiplikation in den eckigen Klammern von Gleichung (5.3) lässt sich wie folgt vereinfachen:

$$P_E = \operatorname{Re} \left\{ U_N \frac{\left(\frac{U_r'^*}{s} - U_N \right) \left[(R(s) + R_N) + j(X_k + X_N) \right]}{(R(s) + R_N)^2 + (X_k + X_N)^2} + \right. \\ \left. + \frac{\left(\frac{|U_r'|^2}{s^2} - 2 \frac{U_N \operatorname{Re}\{U_r'\}}{s} + U_N^2 \right) (R_N + jX_N)}{(R(s) + R_N)^2 + (X_k + X_N)^2} \right\} \quad (5.4)$$

Daraus folgt:

$$P_E = \frac{\frac{U_N}{s} \left(\operatorname{Re}\{U_r'\} (R(s) - R_N) + \operatorname{Im}\{U_r'\} (X_k + X_N) \right) - U_N^2 R(s) + \frac{|U_r'|^2}{s^2} R_N}{(R(s) + R_N)^2 + (X_k + X_N)^2} \quad (5.5)$$

Auch die antreibende mechanische Leistung des Windes kann als eine Funktion des Schlupfes ausgedrückt werden. Wie im Kapitel 4 erwähnt ist die optimale Wirkleistung – Drehzahl – Kennlinie eine quadratische Funktion der Rotorwinkelgeschwindigkeit innerhalb des operativen Bereichs (zwischen den minimal und maximal erlaubten Werten):

$$P_m = k_\omega \omega^2 = k_\omega \omega_a^2 (1 - s)^2 \quad (5.6)$$

Ein Kriterium für die statische Stabilität der doppelt gespeisten ASM und des angeschlossenen Netzes kann durch den Vergleich zwischen der elektrischen und der mechanischen Leistung formuliert werden:

$$P_E \geq P_m \quad (5.7)$$

Eine Darstellung der Kurven der Wirkleistung (für verschiedene Werte der Netzimpedanz und des Verhältnisses $k_N = X_N / R_N$) und der mechanischen Leistung in Abhängigkeit des Schlupfes wird mit Hilfe der Bilder 5.2 und 5.3 gegeben. Die Kurven im Bild 5.2 werden für Werte von Z_N und k_N berechnet, die sich auf den Betrieb einer WKA in einem lokalen Mittelspannungsnetz beziehen. Die Kurven im Bild 5.3 werden für Werte von Z_N und k_N berechnet, die sich auf den Betrieb einer WKA in einem an das Verbundnetz angeschlossenen Windpark beziehen.

Im betrachteten Bereich sind die Kurven mit der Achsenrichtung des Schlupfes streng monoton wachsend, daher befindet sich das Maximum aller Kurven bei $s = s_{\min}$. Für diesen Wert des Schlupfes werden also P_E und P_m bewertet.

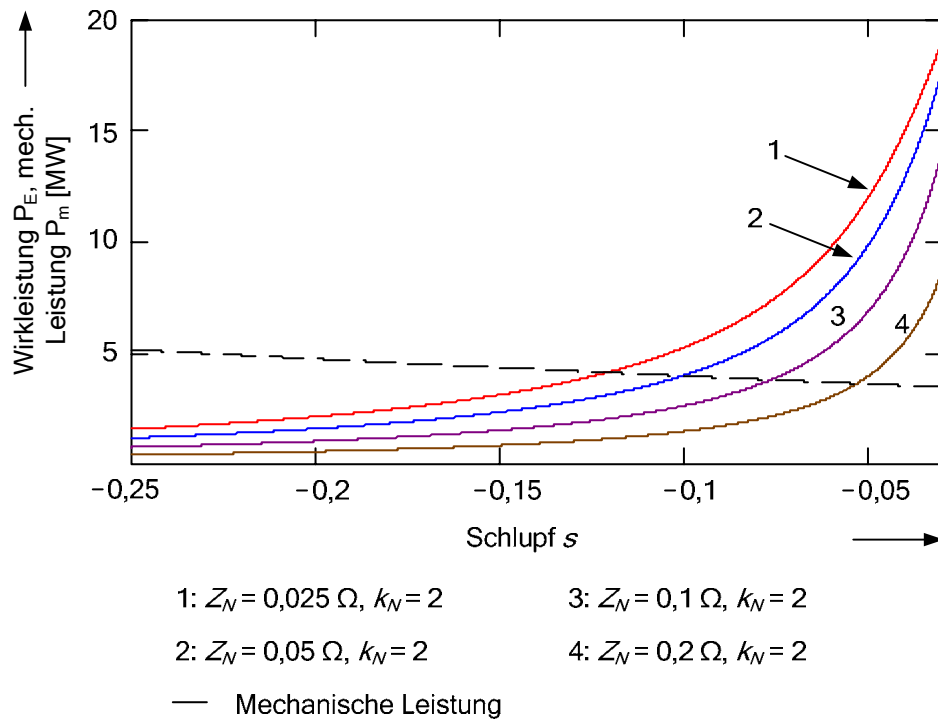


Bild 5.2: Wirkleistungskennlinien einer doppelt gespeisten ASM im Übersynchronbereich bei $k_N = 2$ ($\underline{U}_r' = 40 \, e^{j20^\circ}$), mechanische Kennlinie

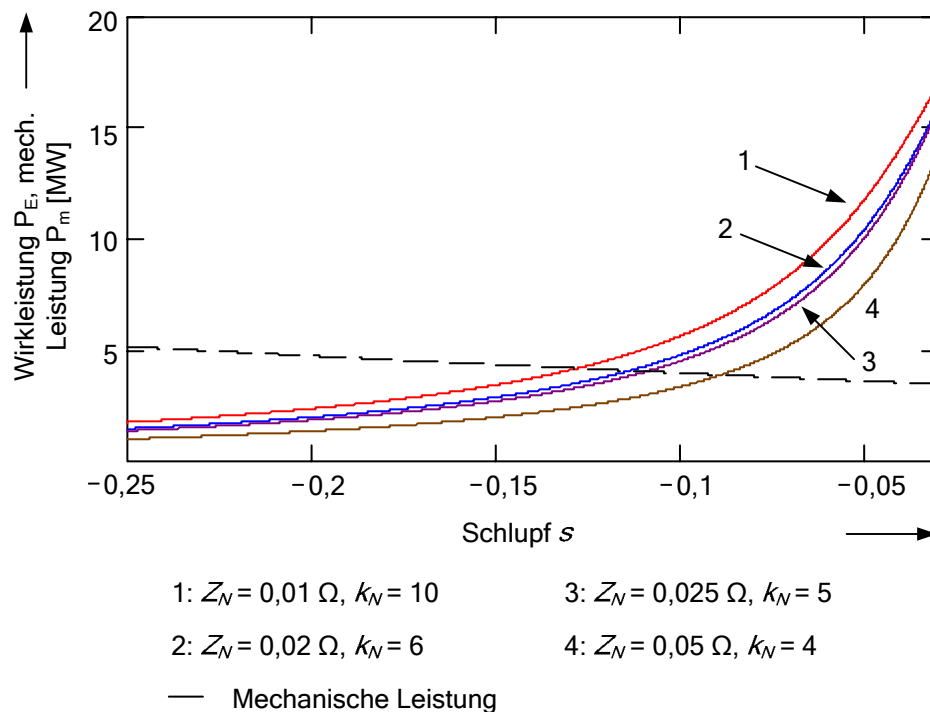


Bild 5.3: Wirkleistungskennlinien einer doppelt gespeisten ASM im Übersynchronbereich bei $k_N = 4$ bis 10 ($\underline{U}_r' = 40 \, e^{j20^\circ}$), mechanische Kennlinie

Nach Einsetzen der Gleichungen (5.5) und (5.6) und beim Vernachlässigen des Statorwiderstands R_s ist die Ungleichheit (5.7) wie folgt formulierbar:

$$U_N \left(\operatorname{Re} \{ \underline{U}'_r \} (R'_r - R_N s_{\min}) + \operatorname{Im} \{ \underline{U}'_r \} (X_k + X_N) s_{\min} \right) - U_N^2 R'_r s_{\min} + \frac{|\underline{U}'_r|^2}{s^2} R_N + \\ - k_\omega \omega_a^2 (1 - s_{\min})^2 \left[(R'_r + R_N s_{\min})^2 + (X_k + X_N)^2 s_{\min}^2 \right] \geq 0 \quad (5.8)$$

Diese kann auch in einer kompakten Form geschrieben werden:

$$F \geq 0 \quad (5.9)$$

wobei die Funktion F wie folgt definiert wird:

$$F = U_N \left(\operatorname{Re} \{ \underline{U}'_r \} (R'_r - R_N s_{\min}) + \operatorname{Im} \{ \underline{U}'_r \} (X_k + X_N) s_{\min} \right) - U_N^2 R'_r s_{\min} + \\ + \frac{|\underline{U}'_r|^2}{s^2} R_N - k_\omega \omega_a^2 (1 - s_{\min})^2 \left[(R'_r + R_N s_{\min})^2 + (X_k + X_N)^2 s_{\min}^2 \right] \quad (5.10)$$

Eine Untersuchung der statischen Maschinen- und Systemstabilität kann dann durchgeführt werden, indem das Verhalten der Funktion F und die Faktoren, die dieses Verhalten beeinflussen, untersucht werden. Dies erfolgt im Folgenden im Bezug auf drei Faktoren: den Betrag der Netzimpedanz Z_N , den Betrag der Rotorspannung U'_r und den Phasenwinkel der Rotorspannung φ_{U_r} .

Zunächst wird der Einfluss des Betrags der Netzimpedanz Z_N überprüft. Dabei ist das Verhältnis $k_N = X_N / R_N$ zu berücksichtigen. In diesem Fall kann die oben geschriebene Funktion F wie folgt umgeschrieben werden:

$$F_{zn}(Z_N, k_N) = U_N \operatorname{Re} \{ \underline{U}'_r \} \left(R'_r - Z_N \cos(\arctan(k_N)) s_{\min} \right) + \\ + U_N \operatorname{Im} \{ \underline{U}'_r \} \left(X_k + Z_N \sin(\arctan(k_N)) s_{\min} \right) - U_N^2 R'_r s_{\min} + \frac{|\underline{U}'_r|^2}{s^2} Z_N \cos(\arctan(k_N)) + \\ - k_\omega \omega_a^2 (1 - s_{\min})^2 \left(R'_r + Z_N \cos(\arctan(k_N)) s_{\min} \right)^2 \\ - k_\omega \omega_a^2 (1 - s_{\min})^2 \left(X_k + Z_N \sin(\arctan(k_N)) s_{\min} \right)^2 s_{\min}^2 \quad (5.11)$$

Bild 5.4 stellt die Funktion F_{zn} in Abhängigkeit vom Betrag der Netzimpedanz dar. Die zwei Kurven beziehen sich auf zwei verschiedene X_N / R_N – Verhältnisse (2, welches typisch für ein Mittelspannungsnetz ist, und 10, welches typisch für ein Hochspannungsnetz ist). Wie gezeigt, ein größerer reaktiver Anteil der Netzimpedanz verringert die Systemstabilität, da der Nullübergang der bezogenen Kurve sich für einen geringeren Wert der Netzimpedanzbetrag verschiebt.

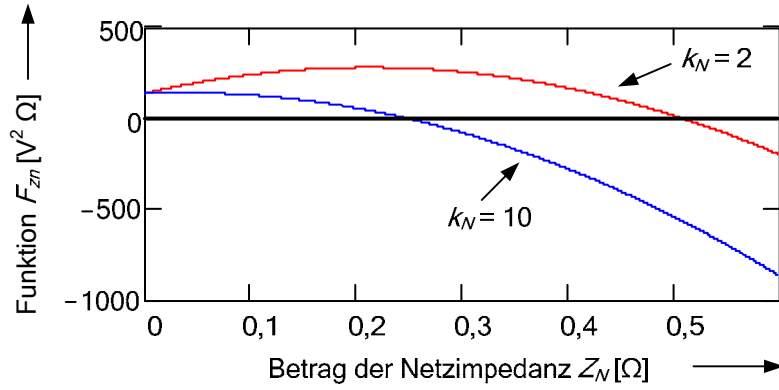


Bild 5.4: Funktion F_{zn} in Abhängigkeit vom Betrag der Netzimpedanz für verschiedene k_N ($s_{\min} = -0,03$, $\underline{U}_r' = 40 e^{-j20^\circ}$)

Für das Überprüfen des Einflusses des Betrags und des Phasenwinkels der Rotorspannung U_r' und φ_{ur} wird die oben geschriebene Funktion F umformuliert:

$$F_{ur}(U_r', \varphi_{ur}) = U_N \left[U_r' \cos(\varphi_{ur})(R_r' - R_N s_{\min}) + U_r' \sin(\varphi_{ur})(X_k + X_N) s_{\min} \right] +$$

$$-U_N^2 R_r' s_{\min} + \frac{U_r'^2}{s^2} R_N - k_\omega \omega_a^2 (1 - s_{\min})^2 \left[(R_r' + R_N s_{\min})^2 + (X_k + X_N)^2 s_{\min}^2 \right]$$

(5.12)

Bilder 5.5 und 5.6 stellen die Funktion F_{ur} in Abhängigkeit vom Rotorspannungsbetrag für verschiedene Phasenwinkel dar. Im Bild 5.7 wird die Funktion F_{ur} in Abhängigkeit vom Rotorspannungsphasenwinkel für verschiedene Rotorspannungsbeträge abgebildet. Die drei Bilder können in Zusammenhang mit der Gleichung (3.72) gebracht werden.

Aus Gleichung (3.72) liegt der optimale Bereich für den Phasenwinkel φ_{ur} für eine hohe Systemstabilität um den Wert $\varphi_{ur} = (180^\circ + \varphi_{zc})$, wobei φ_{zc} der Phasenwinkel der Maschinenimpedanz ist. Typischerweise, für Werte des Schlupfes im Übersynchronbereich (negativer Schlupf) und in Betrag größer als 0,03 ist φ_{zc} :

$$\varphi_{zc} \cong \arctan\left(\frac{X_k s}{R_r'}\right) \in [90^\circ; 135^\circ]$$

Daher kann ermittelt werden, dass der optimale Bereich für den Phasenwinkel φ_{ur} das Intervall $[-90^\circ; -45^\circ]$ ist, oder anders formuliert $[-1.57\text{rad}; -0.785\text{rad}]$. Das wird auch vom Bild 5.7 bestätigt.

Eine zusätzliche Bestätigung ist durch den Vergleich von den Bildern 5.5 und 5.6 zu sehen. Aus dem Vergleich erkennt man, dass je ferner der Phasenwinkel der Rotorspannung außerhalb des Intervalls $[-90^\circ; -45^\circ]$ oder $[-1.57\text{rad}; -0.785\text{rad}]$ liegt, desto höher ist der nötige Rotorspannungsbetrag, der die Systemstabilität gewährleistet. Die kritischste Situation ereignet sich für Werte des Phasenwinkels φ_{ur} , die im Bereich $[90^\circ; 135^\circ]$ liegen. In diesem Fall dient keine Erhöhung des Rotorspannungsbetrags der Systemstabilität.

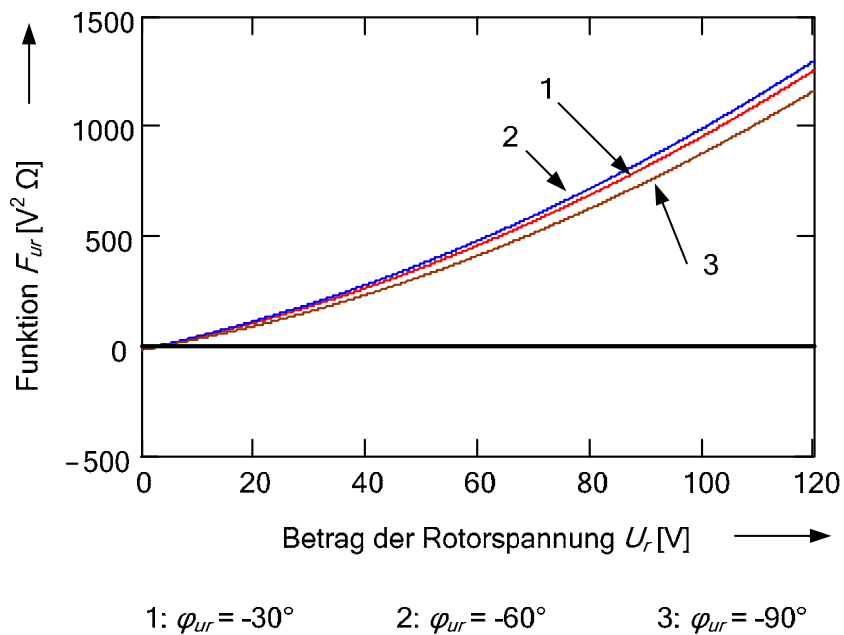


Bild 5.5: Funktion F_{ur} in Abhängigkeit vom Rotorspannungsbetrag für verschiedene Phasenwinkel der Rotorspannung ($s_{\min} = -0,03$, $Z_N = 0,1$, $k_N = 2$)

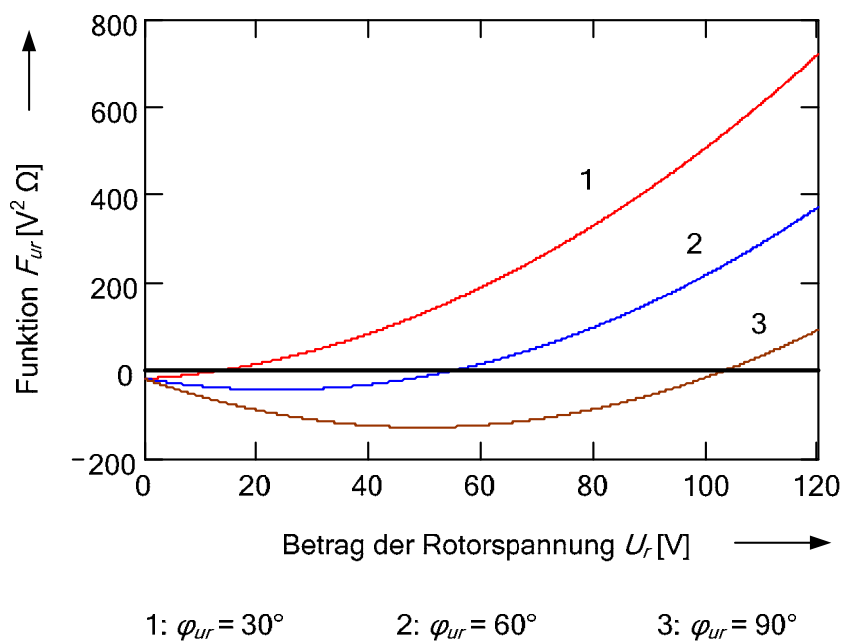


Bild 5.6: Funktion F_{ur} in Abhängigkeit vom Rotorspannungsbetrag für verschiedene Phasenwinkel der Rotorspannung ($s_{\min} = -0,03$, $Z_N = 0,1$, $k_N = 2$)

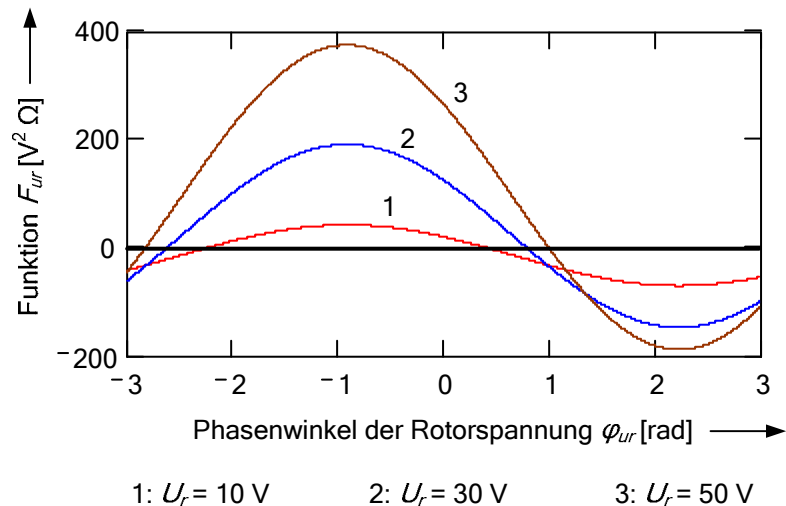


Bild 5.7: Funktion F_{ur} in Abhängigkeit vom Phasenwinkel der Rotorspannung für verschiedene Rotorspannungsbeträge ($s_{\min} = -0,03$, $Z_N = 0,1$, $k_N = 2$)

Da die mechanischen Zeitkonstanten viel kleiner sind als die elektromagnetischen ist es möglich zu behaupten, dass das Maschinenverhalten unter dynamischen Arbeitsbedingungen (dynamische Änderung der antreibenden Leistung durch den Wind) als quasistationär zu betrachten ist, so dass die in diesem Abschnitt vorgestellte Analyse auch für das dynamische Verhalten der WKA gilt.

5.2. Ergebnisse der Simulation bei Betrieb am starren Netz

5.2.1. Beschreibung des untersuchten Systems

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der numerischen Simulation einer WKA mit doppelt gespeister ASM am starren Netz dargestellt.

Mit Hilfe des Simulationsprogramms ATP-EMTP [12] und seiner graphischer Oberfläche ATPDraw wurde das untersuchte System modelliert und getestet. Dieses System besteht aus einer WKA (doppelt gespeiste ASM), die an ein 110-kV-Netz angeschlossen ist. Die Netzverbindung im Mittelspannungsbereich (20 kV) vom Maschinentrafo (im Bild 5.8 mit T1 gekennzeichnet) zum Netztrafo (im Bild 5.8 mit T2 gekennzeichnet) ist eine 3-km-lange Freileitung.

Zunächst wird die Struktur der Netzelemente erläutert. Das Modell der doppelt gespeisten ASM wurde in ATPDraw mit Hilfe der internen Programmierungssprache MODELS [12] nachgebildet. Dieses Modell beruht auf den dynamischen Maschinengleichungen (Kapitel 2), welche durch numerische Integration implementiert werden.

Die leistungselektronischen Umrichter wurden mit den in ATP vorhandenen Bauteilen modelliert, wobei auch interne Widerstände der einzelnen Bauelementen und Snubberschal-

tungen eingebaut sind. Die Regelkreise für den Rotorwechselrichter und den Netzstromrichter wurden in MODELS geschrieben, so wie im Kapitel 4 dargestellt.

Die Daten der doppelt gespeisten ASM, der 20-kV-Freileitung, des 110-kV-Netzes und der zwei Transformatoren T1 und T2 befinden sich im Anhang 9.1.

Im Abschnitt 5.2.2 wird die dynamische Stabilität des modellierten Systems untersucht. Dabei wird der Normalbetrieb des Systems angenommen (Bild 5.8), unter der Voraussetzung einer veränderlichen Windgeschwindigkeit. Da die Regelstrategie der WKA zur optimalen Wirkleistungserzeugung eingestellt ist, wird sich auch der Arbeitspunkt der WKA ändern.

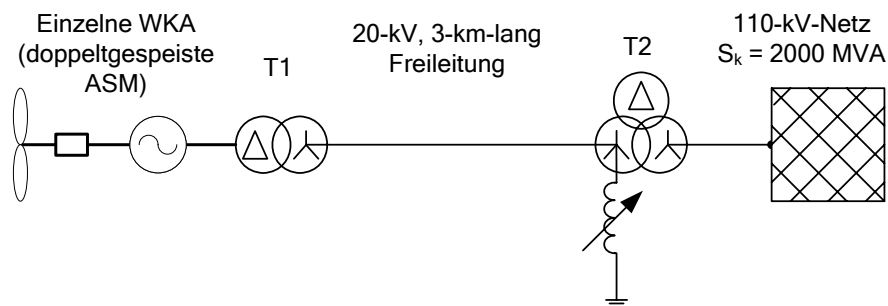


Bild 5.8: Einphasige Darstellung des simulierten Systems (Normalbetrieb)

Im Abschnitt 5.2.3 wird die transiente Stabilität des modellierten Systems untersucht. Dabei wird ein dreipoliger Kurzschluss an der 20-kV-Seite des Netztransformators angenommen (Bild 5.9). Im Fehlerbetrieb werden zwei Stabilisierungsmaßnahmen angenommen (zeitlich begrenzte Anwendung einer Crowbar und Stützung der Zwischenkreisspannung durch eine Spannungsquelle) und deren Effekte auf die Systemstabilität verglichen.

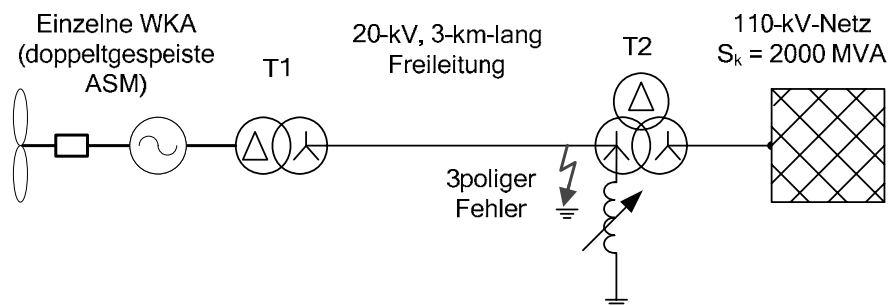


Bild 5.9: Einphasige Darstellung des simulierten Systems (Kurzschlussfall)

5.2.2. Untersuchung der dynamischen Stabilität

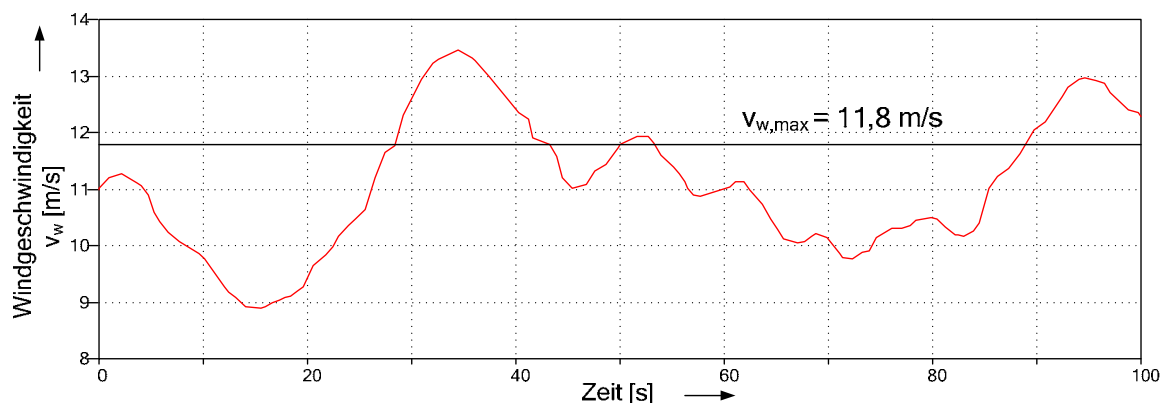
Für die Simulation des Normalbetriebs unter dynamischen Bedingungen werden drei Betriebszustände besonders untersucht:

- Übersynchronbereich unter dem Bemessungswert, die WKA speist durch die Statorwicklungen und die Rotorwicklungen Wirk- und Blindleistung ins Netz;

- Übersynchronbereich über dem Bemessungswert, die WKA erreicht ihre Grenze und durch die Pitchwinkelregelung wird die erzeugte Wirkleistung auf dem maximalen erlaubten Wert gehalten;
- Untersynchronbereich, ein Teil der von den Statorwicklungen ins Netz gespeisten Wirkleistung dient dazu, die Zwischenkreisspannung zu halten.

Für die Simulation wurde eine breite Zeitspanne (100 s) berücksichtigt, so dass die Änderungen der Windgeschwindigkeit als realistisch angenommen werden können. Bilder 5.10 bis 5.14 verdeutlichen die Randbedingungen und die Ergebnisse der Simulation. Die Verteilung der Windgeschwindigkeit ist im Bild 5.10 dargestellt, wobei der Bemessungswert der Maschine hervorgehoben ist. Wenn die Windgeschwindigkeit diesen Grenzwert überschreitet wird die Pitchwinkelregelung aktiviert (Bild 5.11 stellt den Pitchwinkel bezogen auf die Windrichtung dar).

Während dieses Zeitabstandes muss die Rotorwinkelgeschwindigkeit auf ihren maximalen Wert begrenzt bleiben (Bild 5.12). Gleiches gilt für die erzeugte Wirkleistung (Bild 5.14, zeigt auch die mechanische Leistung und die erzeugte Blindleistung). Bild 5.13 stellt schließlich die vom Gleichrichter aufgenommenen Wirk- und Blindleistung dar.



**Bild 5.10: Simulationsergebnisse im Normalbetrieb:
Verteilung der Windgeschwindigkeit**

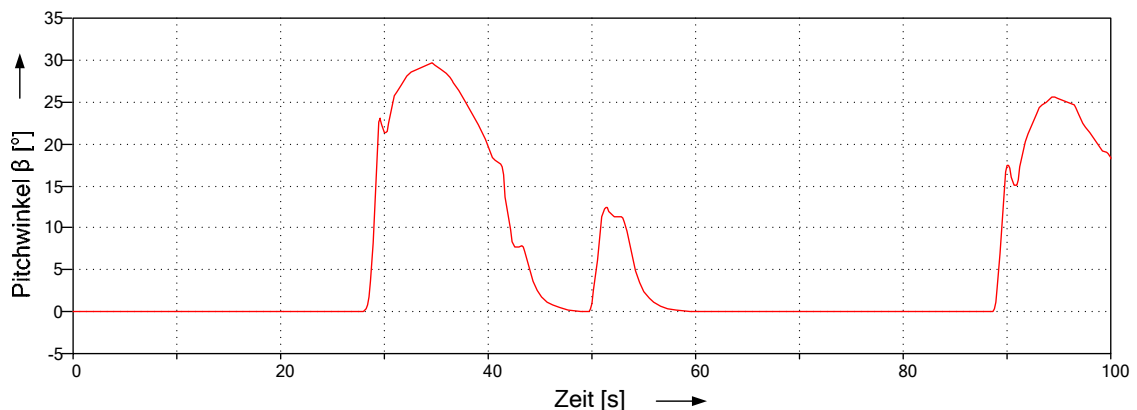


Bild 5.11: Simulationsergebnisse im Normalbetrieb: Pitchwinkel

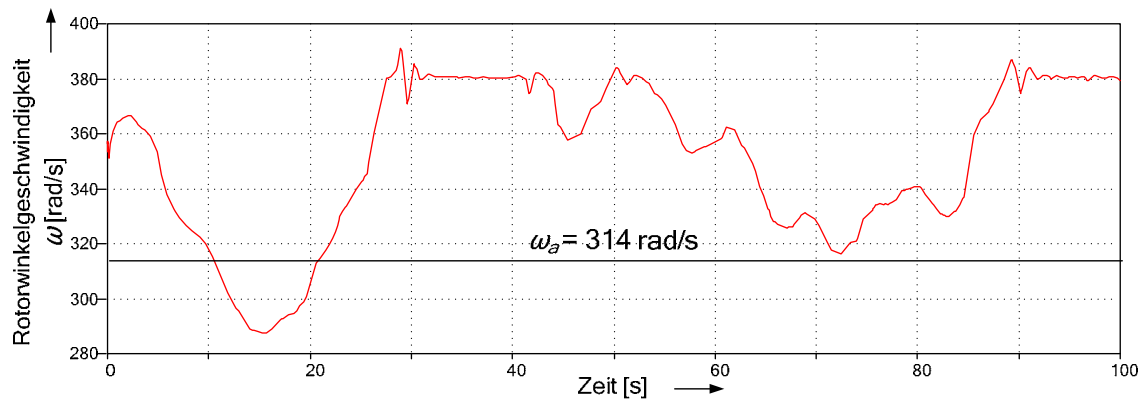
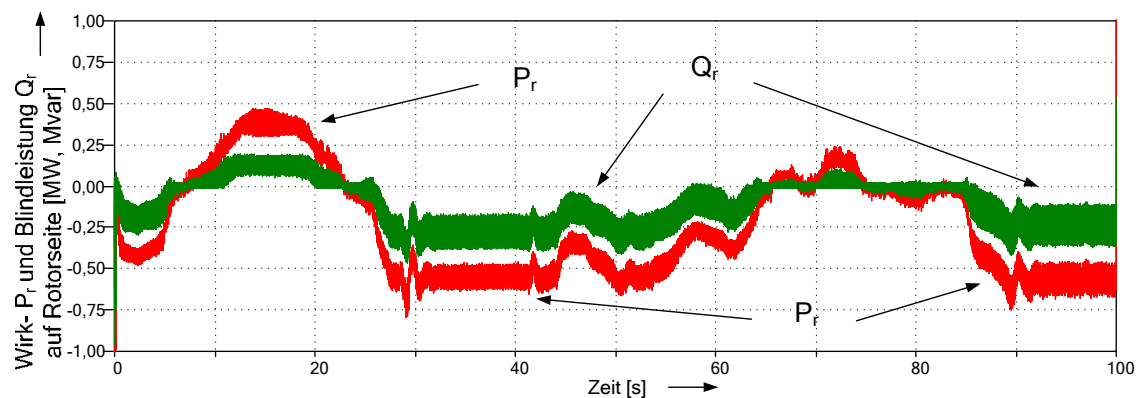
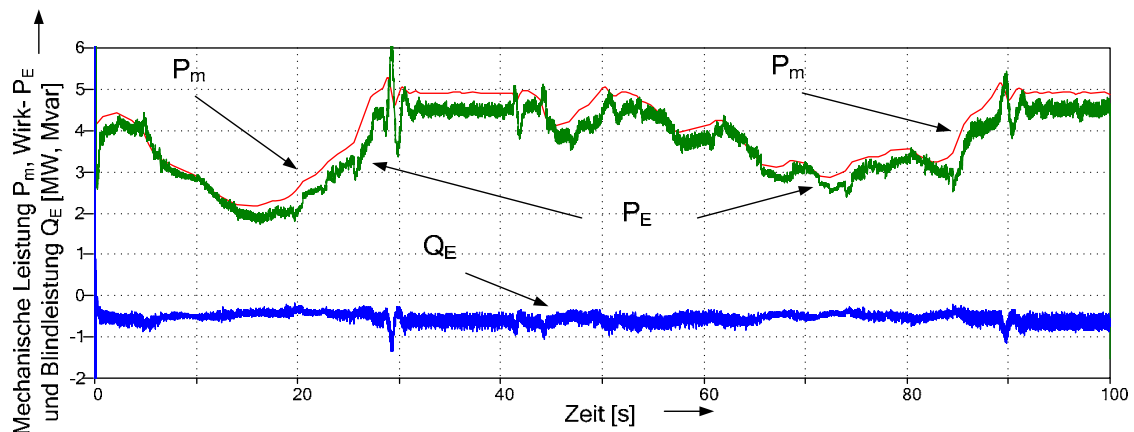


Bild 5.12: Simulationsergebnisse im Normalbetrieb: Rotorwinkelgeschwindigkeit



**Bild 5.13: Simulationsergebnisse im Normalbetrieb:
Vom Gleichrichter aufgenommene Wirk- und Blindleistung**



**Bild 5.14: Simulationsergebnisse im Normalbetrieb:
Mechanische Leistung, erzeugte Wirk- und Blindleistung**

Bilder 5.10 bis 5.14 zeigen die Flexibilität der entworfenen Regelung. Die WKA speist Wirkleistung sowohl im Übersynchron- als auch im Untersynchronarbeitsbereich ins Netz.

Der Windgenerator arbeitet fast für die gesamte Simulationsdauer im Übersynchronbereich (im Bild 5.12 ist die Synchronwinkelgeschwindigkeit hervorgehoben). Unter dieser Bedingung fließt die erzeugte elektrische Wirkleistung in die gleiche Richtung durch die Statorwicklungen und durch die Rotorwicklungen (Bild 5.13), so dass der Stromrichter als Wechselrichter arbeitet.

Wenn die Rotorwinkelgeschwindigkeit den Untersynchronbereich erreicht, wird ein Teil der erzeugten Wirkleistung vom Stromrichter zur Haltung der Gleichspannung am Zwischenkreis benutzt. In diesem Falle ist die Differenz zwischen mechanischer Leistung und erzeugter Wirkleistung größer als wenn der Generator sich im Übersynchronbereich befindet. In diesem letzten Fall ergibt sich diese Differenz aus internen Verlusten der Maschine und der Umrichter. Die Blindleistung von der gesamten WKA wird so geregelt, dass sie praktisch unabhängig von den Arbeitsbedingungen ist (Bild 5.14).

Aus dem Vergleich zwischen Bildern 5.12 und 5.13 ist es zu erkennen, dass die vom Stromrichter aufgenommene Wirkleistung in den Zeitbereichen von 8 s. bis zu 23 s. und von 65 s. bis zu 75 s. positiv ist. Die Regelung des Stromrichters ändert also den Winkel α auch außerhalb des Untersynchronbereichs (zwischen 10,5 s. und 21 s.). Dies geschieht bereits beim Erreichen der Rotorwinkelgeschwindigkeit von 320 bis 325 rad/s. Es ist demzufolge nicht möglich, Rotorspannungen zu erzeugen, ohne dass die Gleichspannung am Zwischenkreis zusammenbricht.

Die simulierte WKA wurde mit den gesamten leistungselektronischen Umrichtern modelliert. Die durch den Rotorwechselrichter erzeugten Rotorspannungen sind keine sinusförmigen, sondern pulsmodulierte Signale. Diese Signale sind durch eine Grundwelle charakterisiert, die idealerweise der Modulationswelle entspricht. Außerdem werden charakteristische harmonische Komponenten überlagert. In der Nähe der Synchronwinkelgeschwindigkeit sind deshalb die erzeugten Spannungen höherfrequente modulierte Signale. Um die Schaltverluste zu kompensieren, ist die notwendige Energie durch den Stromrichter bereitzustellen. Der Stromrichter nimmt also Wirk- und Blindleistung nicht nur im Untersynchronbereich auf, sondern auch wenn die Rotorwinkelgeschwindigkeit nahe des Synchronwerts ist.

5.2.3. Untersuchung der transienten Stabilität

Die Ergebnisse der numerischen Simulation einer WKA am starren Netz im Fehlerbetrieb werden in diesem Abschnitt vorgestellt. Für die Simulation des transienten Verhaltens der doppelt gespeisten ASM wurde angenommen, dass die antreibende Leistung vom Wind konstant ist. Außerdem wird ein Szenario betrachtet, bei dem die antreibende Leistung des Windes 80% des Bemessungswerts der Maschine liegt.

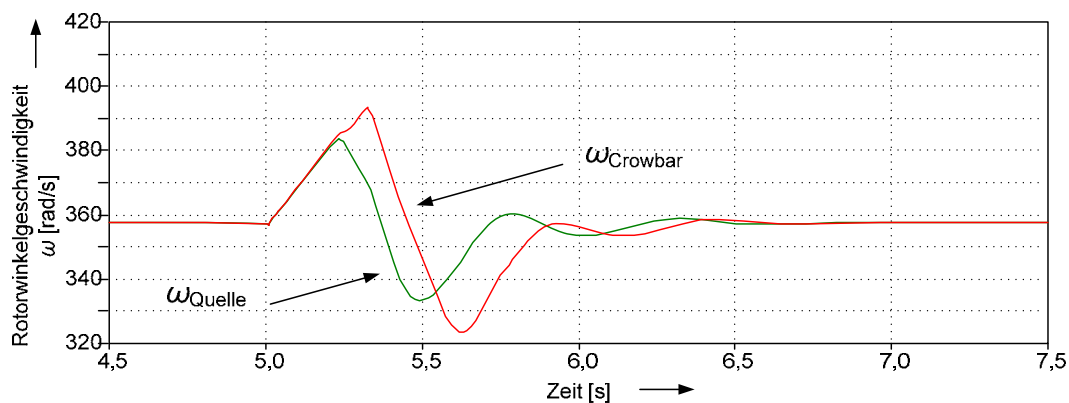
Die gesamte Simulationsdauer beträgt 7,5 s. Der Fehler beginnt 5 s. nach Simulationsanfang und dauert 200 ms. Zwei verschiedene Stabilisierungsmaßnahmen werden angenommen:

- Kurzschließen der Maschinenrotorwicklungen mit einer Crowbar nach dem Fehler. Die Crowbar wird vorübergehend angewendet, und zwar nur für die Dauer des Netzfehlers.

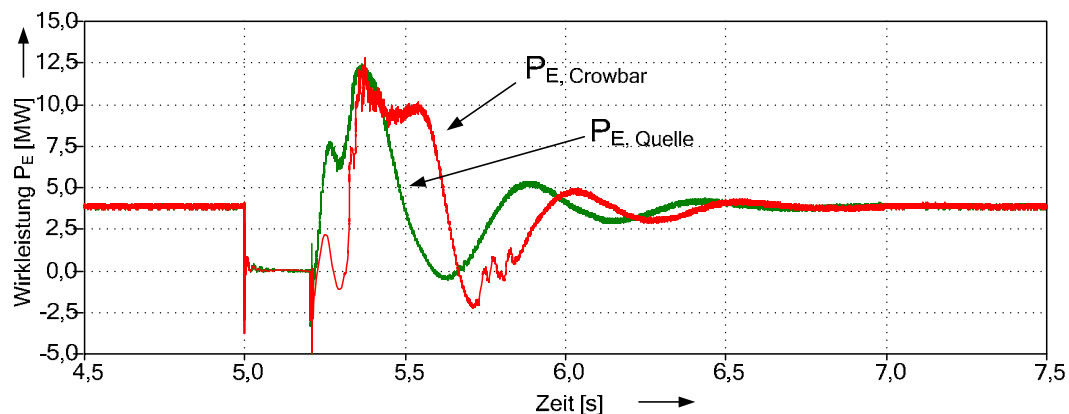
Nach Fehlerklärung werden die Rotorwicklungen wieder durch den Rotorwechselrichter gespeist;

- Trennung des Netzstromrichters von der Maschinensammelschiene und Anschluss einer Spannungsquelle am Zwischenkreis. Diese Stabilisierungsmethode, deren Grundlage im Kapitel 4 erläutert wurde, ist für eine Mindestzeit anzuwenden.

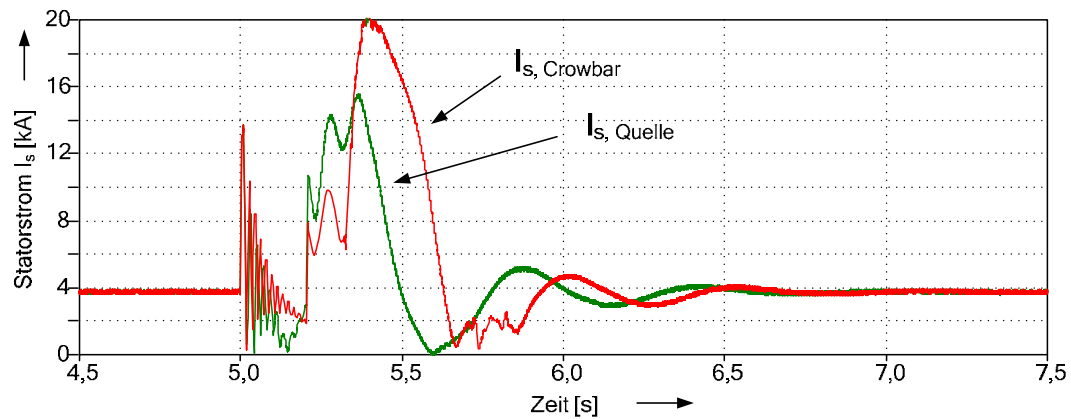
Bilder 5.15 bis 5.17 stellen die Ergebnisse der ATP-Simulation im Vergleich dar. Im Bild 5.15 wird die Rotorwinkelgeschwindigkeit in den drei oben erwähnten Fällen verglichen, im Bild 5.16 werden die ins Netz gespeiste Wirkleistung und im Bild 5.17 der Statorstrom gezeigt.



**Bild 5.15: Simulationsergebnisse im Kurzschlussfall:
Vergleich der Rotorwinkelgeschwindigkeiten der ASM**



**Bild 5.16: Simulationsergebnisse im Kurzschlussfall:
Vergleich der erzeugten Wirkleistungen der ASM**



**Bild 5.17: Simulationsergebnisse im Kurzschlussfall:
Vergleich des Statorstromes der ASM**

Beide Methoden ermöglichen, die Stabilität der Maschine zu bewahren. Die vorgeschlagene Stabilisierungsmethode unter Verwendung einer Spannungsquelle erlaubt jedoch eine bessere Stabilisierung, da der vorherige Arbeitspunkt schneller und mit wenigen Wirkleistungsschwingungen wiedererreicht wird (Bild 5.15 und 5.16). Außerdem erreicht der Statorstrom nach der Fehlerklärung einen 25% niedrigeren Spitzenwert bei Rotorspeisung durch Quelle als bei der Crowbar-Anwendung.

5.3. Ergebnisse der Simulation im Inselnetzbetrieb

5.3.1. Beschreibung des untersuchten Systems

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der numerischen Simulation eines Inselnetzes mit lokaler Einspeisung (Windpark) dargestellt. Dieses System wurde in ATPDraw nachgebildet und ist im Bild 5.18 dargestellt.

Im simulierten Mittelspannungsinselfnetz (20 kV) sind zwei Synchrongeneratoren und ein Windpark mit zwei Windturbinen installiert. Als Verbraucher wurden verschiedene Lasten in der Netzstruktur verteilt, wobei jede Last als konzentrierte, konstante und symmetrische RX -Impedanz modelliert ist. Die zwei Synchrongeneratoren und der Windpark sind an die drei Hauptknoten N1, N2 und N3 angeschlossen.

Die Daten der Synchrongeneratoren sind im Anhang 9.1 aufgelistet. G1 und G2 sind mit einem Spannungs- und einem Leistungsregler ausgestattet und sind durch Trafos der Schaltgruppe Yd5 mit dem Netz verbunden. Der Sternpunkt des Trafos vom Generator G1 ist mit einer Petersonspule geerdet, die auf leichte Überkompensation eingestellt ist. Alle Netzverbindungen sind durch Freileitungen realisiert. Die gesamte Last am Anfang der Simulation beträgt 40,52 MVA mit $\cos \varphi = 0,9$.

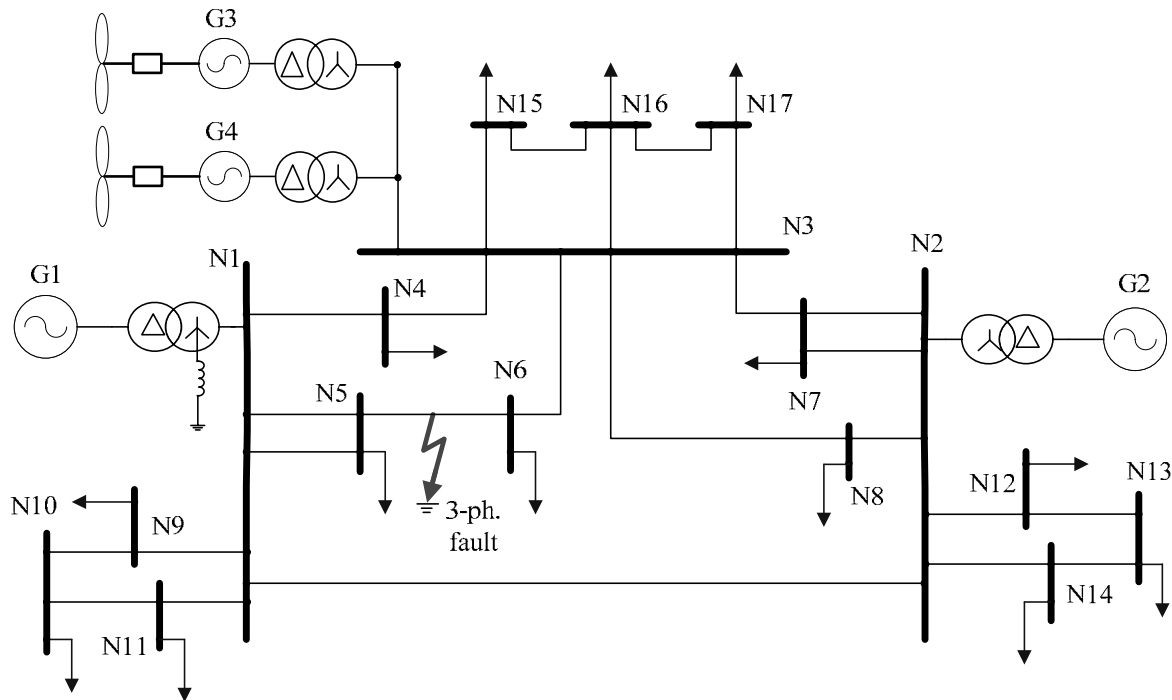


Bild 5.18: Einphasige Darstellung des simulierten Inselnetzes (Kurzschlussfall)

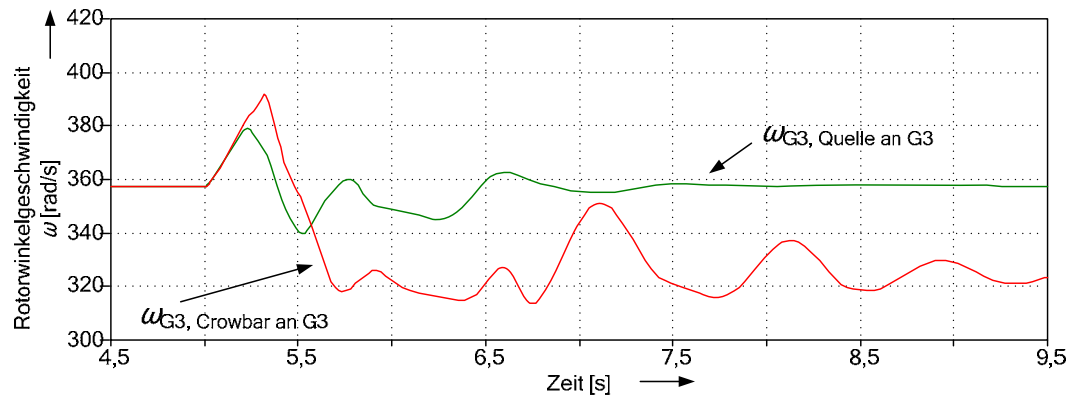
5.3.2. Untersuchung der transienten Stabilität

Für die Simulation des transienten Verhaltens der doppelt gespeisten ASM als lokale Einspeisung in einem Inselnetz wurde erneut angenommen, dass die antreibende Leistung vom Wind konstant ist. Das im Abschnitt 5.2.3 beschriebene Szenario wird auch für die vorliegende Untersuchung betrachtet (die antreibende Leistung liegt bei 80% des Bemessungswerts der Maschine).

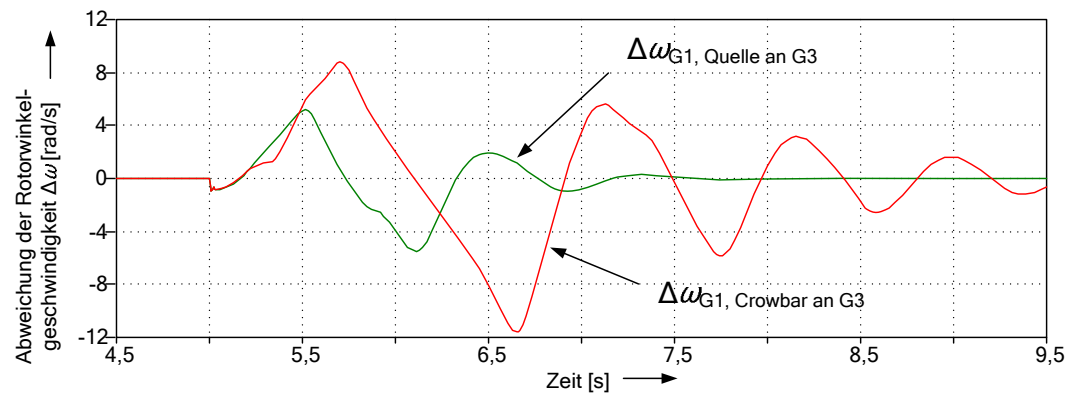
Der simulierte Fehlerbetrieb (dreipoliger Fehler in der Mitte einer Netzleitung) beginnt 5 s. nach Simulationsanfang und dauert 200 ms. Die gesamte Simulationszeit beträgt 9,5 s. Als Stabilisierungsmaßnahmen werden erneut die im Abschnitt 5.2.3 vorgestellten Methoden angewendet und verglichen (Kurzschließen der Maschinenrotorwicklungen durch Crowbar und Rotorspeisung mit Spannungsquelle während des Kurzschlusses und kurz nach der Fehlerklärung).

Bilder 5.19 bis 5.22 zeigen die Ergebnisse der ATP-Simulation. Im Bild 5.19 wird die Rotorwinkelgeschwindigkeit einer WKA (G3) in den drei oben erwähnten Fällen verglichen dargestellt. Bild 5.20 zeigt die Abweichung der Rotorwinkelgeschwindigkeit des Synchrongenerators G1 in den drei Fällen.

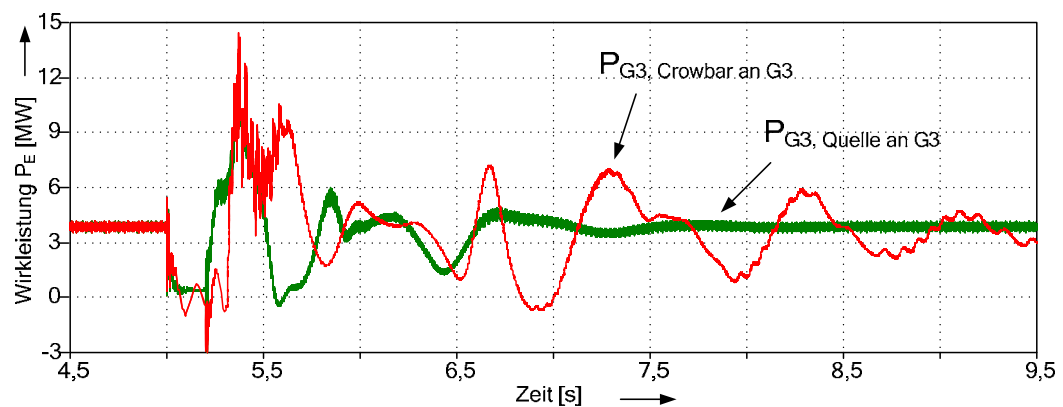
Bild 5.21 stellt die ins Netz gespeiste Wirkleistung der WKA G3 und Bild 5.22 die ins Netz gespeiste Wirkleistung des Synchrongenerators G1 dar.



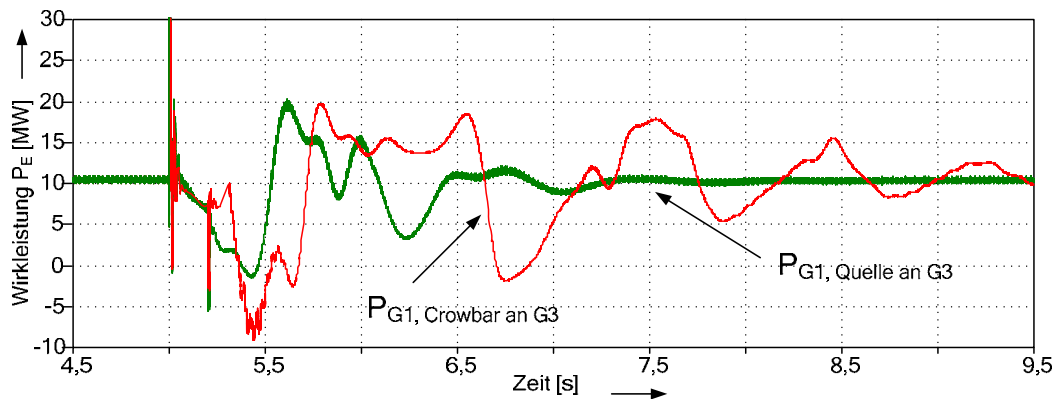
**Bild 5.19: Simulationsergebnisse im Fehlerbetrieb:
Vergleich der Rotorwinkelgeschwindigkeiten der WKA G3.**



**Bild 5.20: Simulationsergebnisse im Fehlerbetrieb: Vergleich der Abweichungen in
der Rotorwinkelgeschwindigkeit des Synchrongenerators G1.**



**Bild 5.21: Simulationsergebnisse im Fehlerbetrieb:
Vergleich der erzeugten Wirkleistungen der WKA G3.**



**Bild 5.22: Simulationsergebnisse im Fehlerbetrieb:
Vergleich der erzeugten Wirkleistungen des Synchrongenerators G1.**

In einem Inselnetz sind die Spannungs- und Frequenzreferenzen, die für alle vorhandenen Generatoren bestimmt werden, durch deren Regler zu verfolgen und das System zu definierten Arbeitsbedingungen zu bringen.

Die Frequenzregelung kann von demjenigen Netzgenerator realisiert werden, der das größte Trägheitsmoment hat, da er von den Effekten von Netzstörungen am wenigsten beeinflusst wird. Eine ideale Situation ist es, wenn ein Netzknoten mit unendlich großem Trägheitsmoment vorhanden ist. Dies ist zum Beispiel bei einem sehr großen, übergelagerten Netz der Fall. In einem Inselnetz gibt es jedoch keine Verbindung zu irgendeinem übergelagerten Netz, deshalb ist es schwieriger, eine Stabilisierung des Systems zu erlangen. In diesem Zusammenhang ist die Wirksamkeit der vorgeschlagenen Methode besonders zu betonen.

Die Anwendung der Crowbar verursacht nicht die Instabilität der doppelt gespeisten ASM, das System erfährt jedoch starke und lang anhaltende Rotorgeschwindigkeits- und Leistungsschwingungen (Bild 5.20 und 5.22). Mit der vorgeschlagenen Stabilisierungsmethode mit Stützung der Zwischenkreisspannung durch externe Spannungsquelle kehrt das System nach der Fehlerklärung schnell und ohne gefährliche Schwingungen zum ursprünglichen Zustand zurück.

6. Zusammenfassung

Bei der Entwicklung zukünftiger Elektroenergiesysteme werden lokale, alternative Energieerzeugungsanlagen eine entscheidende Rolle spielen. Die Nutzung von erneuerbaren Primärenergiequellen für die Erzeugung elektrischer und thermischer Energie hat als spezifische Vorteile die Verringerung oder Beseitigung der Brennstoffkosten und der Kosten für die CO₂-Emission. Aufgrund hoher spezifischer Investitionskosten ist jedoch der Preis einer Kilowattstunde aus alternativer Erzeugung noch sehr hoch [41]. Deshalb ist die Erzeugung elektrischer Energie aus erneuerbaren Energiequellen im Vergleich zur Nutzung traditionellen Energiequellen noch nicht im vollen Umfang wettbewerbsfähig, dies wird sich jedoch sehr bald ändern.

Der technische Fortschritt auf dem Gebiet der Turbinen und Brennstoffzellen führt zu einer Verbesserung des Wirkungsgrades und damit einer Senkung der Kosten. Gleichzeitig steigen die Preise für die Primärenergieträger sehr stark an. Es lässt sich daher voraussehen, dass der Preis einer Kilowattstunde aus Windenergie in wenigen Jahren unter dem Preis einer Kilowattstunde aus konventioneller Erzeugung (Kern-, Kohle- oder GuD-Kraftwerk) liegen wird. Dieser Zeitraum wird für Solarzellen etwas größer sein.

In den letzten Jahren wurden kleinere Einheiten mit sehr hohen Wirkungsgraden zur lokalen Energieversorgung entwickelt. Gleichzeitig wurden neuartige Modellierungsmethoden und Regelstrukturen für diese Erzeugungsanlagen vorgeschlagen.

Zur Integration alternativer Erzeugungsanlagen in lokale Energienetze sind verschiedene Aspekte zu berücksichtigen. Die erste zu überprüfende technische Randbedingung ist die Einhaltung der Energiebilanz im stationären Betrieb.

Im zweiten Schritt sind die dynamische und transiente Stabilität von den Erzeugungsanlagen bzw. des gesamten System zu untersuchen. Das Verhalten der einzelnen Anlagen bzw. des gesamten Netzes bei Änderungen der Arbeitsbedingungen im Normalbetrieb und bei plötzlichen, starken und kurzzeitigen Störungen müssen bewertet werden. Diese können z.B. durch einen Netzkurzschluss oder den Ausfall eines Netztes verursacht werden. Die vorliegende Dissertationsschrift befasst sich mit diesen Untersuchungen bei Windkraftanlagen. Ziel ist es die dynamische und transiente Stabilität dieser Anlagen durch geeignete Maßnahmen zu verbessern.

Drei unterschiedliche Technologien werden üblicherweise zur Umwandlung von Windenergie in elektrische Energie benutzt. Für Windkraftanlagen (WKA) mit kleiner Nennleistung sind Kurzschlussläufer-Asynchronmaschinen ein Kompromiss zwischen den Investitionskosten und der erzeugten Leistung. Eine zweite Art von Generatoren für WKA sind Multipol-Synchrongeneratoren. Die Zuverlässigkeit und die Kosten der Anlage, sowie die Qualität der eingespeisten elektrischen Energie hängen zum großen Teil vom AC/DC/AC Umrichter ab, durch den der Anschluss an das Netz hergestellt wird. Die dritte und innovativste Technologie für WKA ist die doppelt gespeiste Asynchronmaschine (ASM, Englisch: „Doubly-Fed Induction Generator“, DFIG). Die große Flexibilität dieser Technologie wird von den anderen Systemen nicht erreicht. Weiterhin können auch im Niederspannungsbereich (690 V) relativ große Leistungen (2,5 MW und höher) ins Netz eingespeist werden. Auf Synchrongeneratoren und auf doppelt gespeisten ASM basierende WKA haben eine hohe Steuer-

barkeit. Für den Multipol-Synchrongenerator wird kein Getriebe benötigt und gleichzeitig ist der Betrieb in einem großen Bereich der Windgeschwindigkeit möglich. Die kleineren Umrichter- und Filteranlagen und niedrigeren Verlusten sind die Vorteile der DFIG.

Zur Beurteilung der Stabilität von Energiesystemen und von einzelnen Generatoren sind Untersuchungen nötig, die die Stabilitätsgrenze des Systems bzw. des Generators ermitteln. Dafür können analytische Verfahren, wie z.B. die Lyapunov-Methode, eingesetzt werden. Die Lyapunov-Methode ist die einzig bekannte allgemeine Methode zur Bewertung der Stabilität eines nichtlinearen dynamischen Systems. Diese Methode wurde an einer rotierenden elektrischen Maschine angewendet und die entsprechende Lyapunov-Funktion ermittelt. Die elektrische Kennlinie der Maschine vervollständigt die Lyapunov-Funktion für eine bestimmte Maschine. Daher unterscheidet sich die Lyapunov-Funktion einer Synchronmaschine von der einer ASM.

Eine geeignete Lyapunov-Funktion, d.h. eine Funktion, die die Bedingungen des Lyapunov-Lehrsatzes erfüllt, entspricht für mechanische Systeme üblicherweise der gesamten Systemenergie [4].

Für die Untersuchung durch die Lyapunov-Analyse wurde eine Windkraftanlage (WKA) mit einer Kurzschlussläufer-ASM betrachtet, da sie einfacher zu beschreiben ist. Dabei wurden zwei verschiedene Modelle zur Beschreibung des mechanischen Teils der WKA berücksichtigt. Bei einem Ein-Massen-Modell werden die Steifigkeitskoeffizienten der Wellen zwischen den rotierenden Massen als unendlich groß betrachtet. Dadurch können alle rotierenden Massen durch ein Äquivalent dargestellt werden. Diese Beschreibung ist möglicherweise für bestimmte zu untersuchende Aspekte (wie die transiente Stabilität) zu einfach. Realistischerweise sind mindestens zwei Massen zu berücksichtigen (Turbinen- und Rotor-masse). Es konnte durch den Vergleich zwischen den theoretischen Ergebnissen (durch das Berechnungsprogramm MathCAD) und den Simulationsergebnissen (durch das Simulationsprogramm ATP-EMTP [12]) bewiesen werden, dass die vorgeschlagenen Lyapunov-Energiefunktionen für Ein- und Zwei-Massen-Modell für die Schätzung der Stabilitätsgrenzen geeignet sind.

Sowohl Synchrongeneratoren als auch Asynchrongeneratoren (doppelt gespeiste ASM) werden üblicherweise geregelt, daher soll eine quantitative Stabilitätsanalyse die Regelstruktur des Generators berücksichtigen. Dies ist jedoch nicht immer möglich. Deshalb ist es sinnvoller, die Ergebnisse der Lyapunov-Analyse für vereinfachte Fälle (nicht geregelte Maschine) zu ermitteln, und darauf basierend geeignete Regelstrategien zu entwickeln und zu verbessern, die die Stabilität der Maschinen und des Systems gewährleisten. Bezüglich der doppelt gespeisten ASM konnte so untersucht werden, durch welche Maßnahmen die Stabilität der Maschine erhöht werden kann.

In der vorliegenden Arbeit wurde dazu eine vollständige Regelung für eine doppelt gespeiste ASM entworfen, die eine Verbesserung der dynamischen und transienten Stabilität gewährleistet. Sie beruht auf den Maschinengleichungen und besteht aus verschiedenen Regelkreisen, die die Arbeitsbedingungen anhand externer Kenngrößen bestimmen. Dabei wird als optimale Regelstrategie die Erzeugung der jeweils maximal erlaubten Leistung aus dem Wind zu Grunde gelegt, nicht der optimale Arbeitspunkt des gesamten Netzes.

Die Gewährleistung der transienten Stabilität der doppelt gespeisten ASM war ein Schwerpunkt dieser Arbeit. Es konnte ein neues Verfahren zur Verbesserung der transienten

Stabilität entwickelt werden, dass in dieser Arbeit vorgestellt wurde [29]. Dieses besteht in der Stützung der Spannung am Zwischenkreis des Rotorumrichters während und kurz nach dem Kurzschluss durch eine am Zwischenkreis angeschlossene externe Spannungsquelle. Eine Untersuchung basierend auf der stationären Drehmoment-Schlupf-Kennlinie vor dem Fehlereintritt und nach der Fehlerklärung zeigt, dass die Stabilitätsfläche der Maschine bei verringerter Statorspannung und bei Anwendung des heute üblichen Kurzschließens der Rotorwicklungen (Crowbar) drastisch verkleinert wird. Eine genügend große Stabilitätsreserve kann mit Hilfe der vorgeschlagenen Methode (Stützung der Zwischenkreisspannung) auch im Fall einer verringerter Statorspannung erreicht werden.

Simulationen mit ATP-EMTP [12] einer einzelnen WKA an einem starren 110-kV-Netz sowie eines Inselnetzes mit zwei Synchrongeneratoren und einem aus zwei Windturbinen bestehenden Windpark wurden durchgeführt. Aus den Simulationsergebnissen sind die Flexibilität der gesamten Regelung und die Wirksamkeit der neuen Stabilisierungsmethode zu erkennen.

7. Literaturverzeichnis

- [1] Machowski, J.; Bialek, J. W.; Bumby, J. R.: *Power System Dynamics and Stability*. John Wiley & Sons, 1997
- [2] Elgerd, O. I.: *Electric Energy System Theory: An Introduction*. McGraw-Hill, 1971
- [3] Kundur, P.: *Power System Stability and Control*. McGraw-Hill, 1994
- [4] Luenberger, D. G.: *Introduction to Dynamic Systems – Theory, Models and Applications*. John Wiley & Sons, 1979
- [5] La Salle, J.; Lefschetz, S.: *Stability by Lyapunov's Direct Method*. London: Academic Press, 1961
- [6] Bellini, A.; Figalli, G.: *Il motore asincrono negli azionamenti industriali*. Aracne, 1995 (auf Italienisch)
- [7] Kovács, K. P.; Rácz, I.: *Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen*. Budapest: Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, 1959
- [8] Müller, G.: *Elektrische Maschinen – Betriebsverhalten rotierender elektrischer Maschinen*. 2. Aufl. Berlin: VEB Verlag Technik, 1990
- [9] Mohan, N.; Undeland, T. M.; Robbins, W. P.: *Power Electronics – Converters, Applications, and Design*. John Wiley & Sons, 1995
- [10] Åström, K. J.; Hägglund, T.: *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*. Instrument Soc. America, 1995
- [11] Chapman, S.: *Electric Machinery and Power System Fundamentals*. New York: McGraw-Hill, 2002
- [12] Meyer, W. S.: *ATP Rule Book*. Portland, USA: Can/Am EMTP User Group
- [13] Machowski, J.; Robak, S.; Bialek, J. W.; Bumby, J. R.; Abi-Samura, N.: *Decentralized Stability-Enhancing Control of Synchronous Generator*. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 15, No 4, November 2000
- [14] Machowski, J.; Robak, S.; Bialek, J. W.; Bumby, J. R.; Abi-Samura, N.: *Lyapunov – Optimal Damping of Power Swings*. PSCC Conference, Juni 28 – Juli 2, 1999, Trondheim, Norwegen,
- [15] Bretas, N. G.; Alberto, L. F. C.: *Lyapunov Function for Power Systems With Transfer Conductances: Extension of the Invariance Principle*. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 18, No. 2, Mai 2003
- [16] Alberto, L. F. C.; Silva, F. H. J. R.; Bretas, N. G.: *Direct Methods for Transient Stability Analysis in Power Systems: State of Art and Future Perspectives*. Proc. 2001 IEEE PowerTech Conference, 10.-13. September 2001, Porto, Portugal
- [17] Knyazkin, V.; Ghandhari, M.; Cañizares, C.: *Application of the Extended Invariance Principle to Transient Stability Analysis of Asynchronous Generators*. Proc. IREP Conference 2004 - Bulk Power Systems Dynamics and Control VI, 22.-27. August 2004, Cortina D'Ampezzo, Italien
- [18] Salman, S. K.; Teo, A. L. J.: *Windmill Modeling Consideration and Factors Influencing the Stability of a Grid-Connected Wind Power-Based Embedded Generator*. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 18, No 2, Mai 2003
- [19] Salman, S. K.; Teo, A. L. J.: *Improvement of Fault Clearing Time of Wind Farm Using Reactive Power Compensation*. Proc. 2001 IEEE PowerTech Conference, 10.-13. September 2001, Porto, Portugal

- [20] Müller, S.; Deicke, M.; De Doncker, R. W.: *Doubly Fed Induction Generator Systems for Wind Turbines*. IEEE Industry Application Magazine, Vol. 8, Issue 3, pp. 26-33, Mai-Juni 2002
- [21] Tapia, A.; Tapia, G.; Ostolaza, J. X.; Sáenz, J. R.: *Modeling and Control of a Wind Turbine Driver Doubly Fed Induction Generator*. IEEE Trans. Energy Conversion, Vol. 18, pp. 194-204, Juni 2003
- [22] Ekanayake, J. B.; Holdsworth, L.; Wu, X. G.; Jenkins, N.: *Dynamic Modeling of Doubly Fed Induction Generator Wind Turbines*. IEEE Trans. Power Systems, Vol. 18, pp. 803-809, Juni 2003
- [23] Slootweg, J. G.; Kling, W. L.: *Aggregated Modeling of Wind Parks in Power System Dynamics Simulations*. Paper 86, Proc. 2003 IEEE PowerTech Conference, 23.-26. Juni 2003, Bologna, Italien
- [24] Pöller, M. A.: *Doubly-Fed Induction Machine Models for Stability Assessment of Wind Farms*. Paper 345, Proc. 2003 IEEE Power Tech Conference, 23.-26. Juni 2003, Bologna, Italien
- [25] Samuelsson, O.; Lindahl, S.: *On Speed Stability*. IEEE Trans. Power Systems, Vol. 20, Issue 2, pp. 1179-1180, Mai 2005
- [26] Schegner, P.; La Seta, P.: *Stability of Asynchronous Wind Generators using Lyapunov's Direct Method*. Proc. IREP Conference 2004 - Bulk Power Systems Dynamics and Control VI, 22.-27. August 2004, Cortina D'Ampezzo, Italien
- [27] La Seta, P.; Höpfner, S.; Schegner, P.: *ATP-EMTP Modelling of Power Systems Stability Control with Lyapunov's Direct Method*. European EMTP-ATP Conference - EEUG Meeting 2004, 3.-5. Oktober 2004, Trondheim, Norwegen
- [28] Schegner, P.; La Seta, P.; Höpfner, S.: *Stability Analysis of a Medium Voltage Local Energy System with Decentralized Generation*. Paper 315, Proc. 2005 IEEE PowerTech Conference, 27.-30. Juni 2005, St. Petersburg, Russland
- [29] La Seta, P.; Schegner, P.: *Comparison of Stabilizing Methods for Doubly-Fed Induction Generators for Wind Turbines*. Paper W045, Proc. Int. Conference on Future Power Systems, 16.-18. November 2005, Amsterdam, Niederlande
- [30] Azmy, A. M.; Erlich, I.: *Dynamic Simulation of Fuel Cells and Microturbines Integrated with a Multi-Machine Network*. Paper 32, Proc. 2003 IEEE PowerTech Conference, 23.-26. Juni 2003, Bologna, Italien
- [31] Hatziadoniu, C. J.; Lobo, A. A.; Pourboghrat, F.; Daneshdoost, M.: *A Simplified Dynamic Model of Grid-Connected Fuel-Cell Generators*. IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 17, pp. 467-479, April 2002
- [32] Kim, Y.-H.; Kim, S.-S.: *An Electrical Modeling and Fuzzy Logic Control of a Fuel Cell Generation System*. IEEE Trans. Energy Conversion, Vol. 14, pp. 239-244, Juni 1999
- [33] Petersson, A.; Harnefors, L.; Thiringer, T.: *Comparison Between Stator-Flux and Grid-Flux-Oriented Rotor Current Control of Doubly-Fed Induction Generators*. Proc. 35th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference (PESC), 20.-25. Juni 2004, Aachen, Deutschland
- [34] Liao, Y.; Ran, L.; Putrus, G. A.; Smith, K. S.: *Evaluation of the Effects of Rotor Harmonics in a Doubly-Fed Induction Generator with Harmonic Induced Speed Ripple*. IEEE Trans. Energy Conversion, Vol. 18, pp. 508-515, Dezember 2003
- [35] Gómez, S. A.; Amenedo, J. L. R.: *Grid Synchronization of Doubly-Fed Induction Generators using Direct Torque Control*. Proc. 28th IEEE Annual Conference of the Industrial Electronics Society (IAS), 5.-8. November 2002, pp. 3338-3343

- [36] Nunes, M. V. A.; Bezerra, U. H.; Zürn, H. H.: *Transient Stability Margin of Variable vs. Fixed Speed Wind Systems in Electrical Grids*. Paper 164, Proc. 2003 IEEE Power-Tech Conference, 23.-26. Juni 2003, Bologna, Italien
- [37] Holdsworth, L.; Jenkins, N.; Strbac, G.: *Electrical Stability of Large Offshore Wind Parks*. Proc. 7th IEE AC-DC Power Transmission International Conference, 28.-30. November 2001, pp. 156-161
- [38] Holdsworth, L.; Wu, X. G.; Ekanayake, J. B.; Jenkins, N.: *Direct Solution Method for Initialising Doubly-Fed Induction Wind Turbines in Power System Dynamic Models*. IEE Proc. on Generation, Transmission and Distribution, Volume 150, Mai 2003, pp. 334-342
- [39] Holdsworth, L.; Wu, X. G.; Ekanayake, J. B.; Jenkins, N.: *Comparison of Fixed Speed and Doubly-Fed Induction Wind Turbines During Power System Disturbances*. IEE Proc. on Generation, Transmission and Distribution, Volume 150, Mai 2003, pp. 343-352
- [40] Cartwright, P.; Holdsworth, L.; Ekanayake, J. B.; Jenkins, N.: *Co-ordinated Voltage Control Strategy for a Doubly-Fed Induction Generator (DFIG)-based Wind Farm*. IEE Proc. on Generation, Transmission and Distribution, Volume 151, Juli 2004, pp. 495-502
- [41] Schröppel, W.: *Elektrische Energieversorgung 2020 – Perspektiven und Handlungsbedarf*. Institutskolloquium IEEH, Technische Universität Dresden, Dresden, 17. Januar 2006
- [42] Norm DIN 13321 Mai 2002. *Modalkomponenten in Drehstromsystemen*
- [43] Pundt, H.: *Lehrbriefe Elektroenergiesysteme*, Institut für elektrische Energieversorgung und Hochspannungstechnik, Technische Universität Dresden.
- [44] Böning W. (hrsg.): *Elektrische Energietechnik – Band 1, Maschinen*, Hütte Taschenbücher der Technik, 29. Auflage, Springer Verlag, 1978
- [45] Müller, G.: *Elektrische Maschinen – Grundlagen, Aufbau und Wirkungsweise*. 6. Aufl. Berlin: VDE Verlag GmbH, 1985

8. Formelzeichen und Abkürzungen

Formelzeichen

D_m, D_{mt}, D_{mg}	Dämpfungskonstante der konzentrierten Massen (Ein-Massen-Modell), der Turbinen- und der Rotormasse (Zwei-Massen-Modell)
f_a	Netzfrequenz
F_{zn}, F_{ur}	Funktion zur Untersuchung der dynamischen Systemstabilität (Netz und doppeltgespeiste ASM) bei variabler Netzimpedanz und variabler Maschinenrotorspannung
H_m, H_{mt}, H_{mg}	Massenträgheitskonstante der konzentrierten Massen (Ein-Massen-Modell), der Turbinen- und der Rotormasse (Zwei-Massen-Modell)
\underline{I}_s	Stationärer Statorstrom
\underline{I}_r	Stationärer Rotorstrom
\underline{I}'_r	Auf die Statorseite bezogener stationärer Rotorstrom
\underline{I}_m	Stationärer Magnetisierungsstrom
i_{sa}, i_{sb}, i_{sc}	Momentanwert dreiphasige Komponenten des Statorstromes
i_{ra}, i_{rb}, i_{rc}	Momentanwert dreiphasige Komponenten des Rotorstromes
$i_{s\alpha}, i_{s\beta}$	Momentanwert $\alpha\beta$ -Komponenten des Statorstromes
$i_{r\alpha}, i_{r\beta}$	Momentanwert $\alpha\beta$ -Komponenten des Rotorstromes
i_{sd}, i_{sq}	Momentanwert dq -Komponenten des Statorstromes
i_{rd}, i_{rq}	Momentanwert dq -Komponenten des Rotorstromes
J, J_t, J_g	Trägheitsmoment der Maschine (Ein-Massen-Modell), der Turbinen- und der Rotormasse (Zwei-Massen-Modell)
k_N	Reaktanz – Widerstands – Verhältnis ($= R_N / X_N$)
K_{sh}	Steifigkeitskoeffizient der Welle (Zwei-Massen-Modell)
K_s, K_r	Kopplungsfaktoren von Stator und Rotor
L_s, L_r	Stator- und Rotorselbstinduktivitäten
$L_{\sigma s}, L_{\sigma r}$	Stator- und Rotorstreuinduktivitäten
L_m	Hauptinduktivität (Magnetisierung zwischen Stator- und Rotorwicklungen)
M_{el}, M_m	Elektromagnetisches und mechanisches Drehmoment
p	Polpaarzahl
P_E	Erzeugte Wirkleistung
P_m	Antreibende mechanische Leistung
P_W	Elastische Leistung in der Welle zwischen Turbinen- und Rotormassen (Zwei-Massen-Modell)
$P_{U_E}, P_{U'_E}$	Wirkleistung bei konstanter synchroner innerer EMK und bei konstanter transienter innerer EMK
Q_{U_E}	Wirkleistung bei konstanter synchroner innerer EMK
R	Ankerwiderstand
R_N, R_{GN}	Netzkurzschlusswiderstand
R_s, R_r	Stator- und Rotorwiderstände
R'_r	Auf die Statorseite bezogener Rotorwiderstand

s	Schlupf
T'_{d0}, T'_{q0}	Transiente Leerlaufzeitkonstante der d - und q -Achse
T''_{d0}, T''_{q0}	Subtransiente Leerlaufzeitkonstante der d - und q -Achse
T_s, T_r	Stator- und Rotorzeitkonstante
T_{bl}	Pitchzeitkonstante
\underline{U}	Stationäre Knotenspannung
$\underline{U}_d, \underline{U}_q$	dq -Komponenten der stationären Knotenspannung
\underline{U}_E	Stationäre Spannung hinter der Maschinenreaktanz (innere EMK)
$\underline{U}_{Ed}, \underline{U}_{Eq}$	dq -Komponenten der stationären inneren EMK
$\underline{U}'_E, \underline{U}''_E$	Transiente und subtransiente innere EMK
$\underline{U}_s, \underline{U}_{s0}, \underline{U}_{sk}$	Stationäre Statorspannung im Normalbetrieb, Leerlaufzustand und Kurzschlusszustand
\underline{U}_r	Stationäre Rotorspannung
\underline{U}'_r	Auf die Statorseite bezogene stationäre Rotorspannung
u_{sa}, u_{sb}, u_{sc}	Momentanwert dreiphasige Komponenten der Statorspannung
u_{ra}, u_{rb}, u_{rc}	Momentanwert dreiphasige Komponenten der Rotorspannung
$u_{s\alpha}, u_{s\beta}$	Momentanwert $\alpha\beta$ -Komponenten der Statorspannung
$u_{r\alpha}, u_{r\beta}$	Momentanwert $\alpha\beta$ -Komponenten der Rotorspannung
u_{sd}, u_{sq}	Momentanwert dq -Komponenten der Statorspannung
u_{rd}, u_{rq}	Momentanwert dq -Komponenten der Rotorspannung
v_w	Windgeschwindigkeit
V	Lyapunov-Funktion
V_{EMM}, V_{ZMM}	Lyapunov-Funktion bei mechanischem Ein-Massen-Modell, bei mechanischem Zwei-Massen-Modell
V_K, V_P, V_W	Kinetischer, potentieller und elastischer Term der Lyapunov-Funktion
X_d, X_q	dq -Komponenten der Synchronreaktanz
X'_d, X'_q	dq -Komponenten der transienten Reaktanz
X''_d, X''_q	dq -Komponenten der Subtransienten Reaktanz
X_N, X_{GN}	Netzkurzschlussreaktanz
$X_{\sigma s}, X_{\sigma r}$	Stator- und Rotorstreureaktanzen
$X'_{\sigma r}$	Auf die Statorseite bezogene Streureaktanz
X_m	Hauptreaktanz (ASM)
X_k	Kurzschlussreaktanz ($= X_{\sigma s} + X_{\sigma r}$) (ASM)
β	Pitchwinkel
δ, δ'	Stationärer, transients Polradwinkel
θ_r	Elektrischer Rotorwinkel
ϑ_t, ϑ_g	Mechanische Turbinen- und Rotorwinkelposition (Zwei-Massen-Modell)
φ	Leistungswinkel
σ	Streufaktor der Maschine
$\psi_{sa}, \psi_{sb}, \psi_{sc}$	Momentanwert dreiphasige Komponenten des Statorflusses
$\psi_{ra}, \psi_{rb}, \psi_{rc}$	Momentanwert dreiphasige Komponenten des Rotorflusses
$\psi_{s\alpha}, \psi_{s\beta}$	Momentanwert $\alpha\beta$ -Komponenten des Statorflusses
$\psi_{r\alpha}, \psi_{r\beta}$	Momentanwert $\alpha\beta$ -Komponenten des Rotorflusses
ψ_{sd}, ψ_{sq}	Momentanwert dq -Komponenten des Statorflusses

ψ_{rd}, ψ_{rq}	Momentanwert dq -Komponenten des Rotorflusses
ω_a	Synchronwinkelgeschwindigkeit (= $2 \pi f_a$)
ω_m	Mechanische Rotorwinkelgeschwindigkeit
ω	Elektrische Rotorwinkelgeschwindigkeit (= $\omega_m p$)
ω_t, ω_g	Mechanische Turbinen- und Rotorwinkelgeschwindigkeit (Zwei-Massen-Modell)
$\Delta\omega, \Delta\omega_t, \Delta\omega_g$	Abweichung der Rotorwinkelgeschwindigkeit (Ein-Massen-Modell), der Turbinen- und Rotorwinkelgeschwindigkeit (Zwei-Massen-Modell)

Abkürzungen

ASM	Asynchronmaschine
CCT	Critical Clearing Time (kritische Fehlerdauer)
DFIG	Doubly-Fed Induction Generator (doppelt gespeiste ASM)
EMK	Elektromagnetische Kräfte
WKA	Windkraftanlage

9. Anhang

9.1. Daten und Parameter der untersuchten und simulierten Anlagen

Im Folgenden werden die elektrischen und mechanischen Daten von den in der vorliegenden Arbeit simulierten oder untersuchten Generatoren und Transformatoren. Dabei ist auch die Kapitelnummer angegeben, in welchen die simulierten und untersuchten Maschinen auf die entsprechenden Daten beziehen.

Tabelle 9.1: Daten des Synchrongenerators für die Stabilitätsuntersuchung (Kapitel 3)

Parameter	Wert	
Nennleistung	353	MVA
Nennspannung	22	kV
Ankerwiderstand R_A	0,0007	p.u.
Ankerstreureaktanz X_L	0,1447	p.u.
Synchronreaktanzen (d -Achse) X_d	1,568	p.u.
Synchronreaktanzen (q -Achse) X_q	1,489	p.u.
Transiente Reaktanz (d -Achse) X'_d	0,2245	p.u.
Transiente Reaktanz (q -Achse) X'_q	0,5546	p.u.
Subtransiente Reaktanz (d -Achse) X''_d	0,1816	p.u.
Subtransiente Reaktanz (q -Achse) X''_q	0,1998	p.u.
Transiente Kurzschlusszeitkonstante (d -Achse) T'_d	1,07	s.
Transiente Kurzschlusszeitkonstante (q -Achse) T'_q	0,8169	s.
Subtransiente Kurzschlusszeitkonstante (d -Achse) T''_d	0,03042	s.
Subtransiente Kurzschlusszeitkonstante (q -Achse) T''_q	0,0821	s.
Trägheitsmoment	60000	kg m ²

Tabelle 9.2: Elektrische Daten der simulierten Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine (Kapitel 3)

Parameter	Wert	
Ständerwiderstand R_s	0,005	Ω
Ständerstreueinduktivität $L_{\sigma s}$	0,199	mH
Hauptinduktivität L_m	8,1	mH
Rotorwiderstand R_r	0,00491	Ω
Rotorstreueinduktivität $L_{\sigma r}$	0,168	mH
Nennleistung	1500	kVA
Nennknotenspannung	1,5	kV

Die Maschine, deren elektrische Parameter in Tabelle 9.2 aufgelistet sind, wurde bei verschiedenen mechanischen Systemen untersucht. Für Trägheitsmomente und Steifigkeitskoeffizienten der Welle siehe Tabellen 3.1 und 3.2.

Tabelle 9.3: Daten der Transformatoren für die Stabilitätsuntersuchungen mit Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine (Kapitel 3)

Parameter	Trafo T1	Trafo T2	
Nennleistung	1,5	75	MVA
Schaltgruppe	YNd5	YD5yn0	
Unterspannung	1,5	20	kV
Oberspannung	20	110	kV
Ohmsche Kurzschlussspannung	1	0,6	%
Kurzschlussspannung	9	13	%

Tabelle 9.4: Elektrische und mechanische Daten der simulierten doppeltgespeisten Asynchronmaschine (Kapitel 2, 4, 5)

Parameter	Wert	
Ständerwiderstand R_s	0,0025	Ω
Ständerstreuinduktivität $L_{\sigma s}$	0,097	mH
Hauptinduktivität L_m	3	mH
Rotorwiderstand R_r bezogen auf die Ständerseite	0,0023	Ω
Rotorstreuinduktivität $L_{\sigma r}$ bezogen auf die Ständerseite	0,115	mH
Übersetzungsverhältnis n	4	
Trägheitsmoment J	350	Kg m ²
Nennleistung	5000	kVA
Nennspannung am Ständer bzw. Rotor	950/660	V

Tabelle 9.5: Daten der Transformatoren für die Stabilitätsuntersuchungen am starren Netz mit doppeltgespeisten Asynchronmaschinen (Kapitel 5)

Parameter	Trafo T1	Trafo T2	
Nennleistung	5	75	MVA
Schaltgruppe	YNd5	YND5yn0	
Unterspannung	0,95	20	kV
Oberspannung	20	110	kV
Ohmsche Kurzschlussspannung	1	0,6	%
Kurzschlussspannung	8	13	%

Tabelle 9.6: Daten der Inselnetz-Synchrongeneratoren (Kapitel 5)

Parameter	Generator G1	Generator G2	
Nennleistung	16	25	MVA
Nennspannung	6.3	6.3	kV
Polpaarzahl	1	4	
Nennwert des Erregungsstroms I_f	317	627	A
Ankerwiderstand R_A	0,001	0,001	p.u.
Ankerstreureaktanz X_L	0,09	0,13	p.u.
Synchronreaktanzen (d -Achse) X_d	1,5	0,9	p.u.
Synchronreaktanzen (q -Achse) X_q	1,45	0,5	p.u.
Transiente Reaktanz (d -Achse) X'_d	0,195	0,28	p.u.
Transiente Reaktanz (q -Achse) X'_q	0,195	0,49	p.u.
Subtransiente Reaktanz (d -Achse) X''_d	0,105	0,18	p.u.
Subtransiente Reaktanz (q -Achse) X''_q	0,105	0,162	p.u.
Transiente Leerlaufzeitkonstante (d -Achse) T'_{d0}	6,2	6,45	s.
Transiente Leerlaufzeitkonstante (q -Achse) T'_{q0}	0,85	1	s.
Subtransiente Leerlaufzeitkonstante (d -Achse) T''_{d0}	0,032	0,042	s.
Subtransiente Leerlaufzeitkonstante (q -Achse) T''_{q0}	0,05	0,06	s.
Nullsystemreaktanzen	0,13	0,13	p.u.
Trägheitsmoment	1300	1900	kg m ²
Betriebsspannung	1,05	1,1	p.u.
Betriebswinkel	0	0,54	°

9.2. Ableitung von Gleichungen

9.2.1. Dynamische Maschinengleichungen einer Asynchronmaschine

In diesem Abschnitt werden die Gleichungen (2.14) und (2.15) für die Beschreibung des dynamischen Verhaltens einer Asynchronmaschine abgeleitet. Daher werden die dynamischen Maschinengleichungen aus dem Kapitel 2 wiedergegeben:

$$\mathbf{u}_s = R_s \mathbf{i}_s + \frac{d\boldsymbol{\psi}_s}{dt} + \omega_a \mathbf{J} \boldsymbol{\psi}_s \quad (2.10)$$

$$\mathbf{u}_r = R_r \mathbf{i}_r + \frac{d\boldsymbol{\psi}_r}{dt} + (\omega_a - \omega) \mathbf{J} \boldsymbol{\psi}_r \quad (2.11)$$

$$\boldsymbol{\psi}_s = L_s \mathbf{i}_s + L_m \mathbf{i}_r \quad (2.12)$$

$$\boldsymbol{\psi}_r = L_m \mathbf{i}_s + L_r \mathbf{i}_r \quad (2.13)$$

Betrachtet man die zwei Komponenten des Statorstromes und des Rotorflusses als Zustandsgröße, kann man die Komponenten des Rotorstromes aus der Gleichung (2.13) wie folgt herleiten:

$$\mathbf{i}_r = \frac{1}{L_r} (\boldsymbol{\psi}_r - L_m \mathbf{i}_s) = \frac{1}{L_r} \boldsymbol{\psi}_r - K_r \mathbf{i}_s \quad (9.1)$$

und die Komponenten des Statorflusses, mit Hilfe der Gleichung (9.1), aus der Gleichung (2.12):

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\psi}_s &= L_s \mathbf{i}_s + L_m \mathbf{i}_r \\ &= L_s \mathbf{i}_s + \frac{L_m}{L_r} (\boldsymbol{\psi}_r - L_m \mathbf{i}_s) \\ &= \left(L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) \mathbf{i}_s + \frac{L_m}{L_r} \boldsymbol{\psi}_r \\ &= \sigma L_s \mathbf{i}_s + K_r \boldsymbol{\psi}_r \end{aligned} \quad (9.2)$$

wobei die folgenden Formelzeichen eingefügt werden (Kapitel 2) [6], [7]:

$$K_r = \frac{L_m}{L_r}, \quad K_s = \frac{L_m}{L_s}, \quad \sigma = 1 - K_s K_r, \quad T_s = \frac{L_s}{R_s}, \quad T_r = \frac{L_r}{R_r}$$

Die Gleichung (2.10) für die Statorspannungskomponenten kann demzufolge nach Einsetzen der Gleichung (9.2) umgeschrieben werden:

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}_s &= R_s \mathbf{i}_s + \frac{d\boldsymbol{\psi}_s}{dt} + \omega_a \mathbf{J} \boldsymbol{\psi}_s = \\
&= R_s \mathbf{i}_s + \frac{d}{dt} (\sigma L_s \mathbf{i}_s + K_r \boldsymbol{\psi}_r) + \omega_a \mathbf{J} (\sigma L_s \mathbf{i}_s + K_r \boldsymbol{\psi}_r) \\
&= (R_s \mathbf{I} + \sigma L_s \omega_a \mathbf{J}) \mathbf{i}_s + \sigma L_s \frac{d\mathbf{i}_s}{dt} + \omega_a K_r \mathbf{J} \boldsymbol{\psi}_r + K_r \frac{d\boldsymbol{\psi}_r}{dt}
\end{aligned} \tag{9.3}$$

Ähnlich wird die Gleichung (2.11) für die Rotorspannungskomponenten nach Einsetzen der Gleichung (9.1) umformuliert:

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}_r &= R_r \mathbf{i}_r + \frac{d\boldsymbol{\psi}_r}{dt} + (\omega_a - \omega) \mathbf{J} \boldsymbol{\psi}_r \\
&= R_r \left(\frac{1}{L_r} \boldsymbol{\psi}_r - K_r \mathbf{i}_s \right) + \frac{d\boldsymbol{\psi}_r}{dt} + (\omega_a - \omega) \mathbf{J} \boldsymbol{\psi}_r \\
&= -R_r K_r \mathbf{i}_s + \left(\frac{1}{T_r} \mathbf{I} + (\omega_a - \omega) \mathbf{J} \right) \boldsymbol{\psi}_r + \frac{d\boldsymbol{\psi}_r}{dt}
\end{aligned} \tag{9.4}$$

Die Zeitableitung der Rotorflusskomponenten folgt aus der Gleichung (9.4):

$$\frac{d\boldsymbol{\psi}_r}{dt} = R_r K_r \mathbf{i}_s - \left(\frac{1}{T_r} \mathbf{I} + (\omega_a - \omega) \mathbf{J} \right) \boldsymbol{\psi}_r + \mathbf{u}_r \tag{9.5}$$

Dieses Ergebnis ermöglicht die mathematische Herleitung der Statorspannungskomponenten aus der Gleichung (9.3), in der die Gleichung (9.5) eingesetzt wird:

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}_s &= (R_s \mathbf{I} + \sigma L_s \omega_a \mathbf{J}) \mathbf{i}_s + \sigma L_s \frac{d\mathbf{i}_s}{dt} + \omega_a K_r \mathbf{J} \boldsymbol{\psi}_r \\
&\quad + K_r \left[R_r K_r \mathbf{i}_s - \left(\frac{1}{T_r} \mathbf{I} + (\omega_a - \omega) \mathbf{J} \right) \boldsymbol{\psi}_r + \mathbf{u}_r \right] \\
&= \left[(R_s + R_r K_r^2) \mathbf{I} + \sigma L_s \omega_a \mathbf{J} \right] \mathbf{i}_s + \sigma L_s \frac{d\mathbf{i}_s}{dt} + K_r \left[-\frac{1}{T_r} \mathbf{I} + \omega \mathbf{J} \right] \boldsymbol{\psi}_r + K_r \mathbf{u}_r
\end{aligned} \tag{9.6}$$

Im Weiteren werden die folgenden Gleichheiten in die Gleichungen (9.5) und (9.6) ersetzt:

$$R_r K_r = R_r \frac{L_m}{L_r} = \frac{L_m}{T_r} \tag{9.7}$$

$$\begin{aligned}
R_s + R_r K_r^2 &= R_s + R_r \frac{L_m^2}{L_r^2} = R_s \frac{L_s}{L_s} + R_r \frac{L_m^2}{L_r^2} \frac{L_s}{L_s} \\
&= \left(\frac{1}{T_s} + \frac{R_r}{L_r} \frac{L_m^2}{L_r L_s} \right) L_s = \left(\frac{1}{T_s} + \frac{1-\sigma}{T_r} \right) L_s
\end{aligned} \tag{9.8}$$

Daher ist die Gleichung (9.6) wie folgt zu schreiben:

$$\mathbf{u}_s = \left[\left(\frac{1}{T_s} + \frac{1-\sigma}{T_r} \right) L_s \mathbf{I} + \sigma L_s \omega_a \mathbf{J} \right] \mathbf{i}_s + \sigma L_s \frac{d\mathbf{i}_s}{dt} + K_r \left[-\frac{1}{T_r} \mathbf{I} + \omega \mathbf{J} \right] \boldsymbol{\psi}_r + K_r \mathbf{u}_r \quad (9.9)$$

Daraus ist die Zeitableitung der Statorstromkomponenten berechenbar:

$$\sigma L_s \frac{d\mathbf{i}_s}{dt} = - \left[\left(\frac{1}{T_s} + \frac{1-\sigma}{T_r} \right) L_s \mathbf{I} + \sigma L_s \omega_a \mathbf{J} \right] \mathbf{i}_s - K_r \left[-\frac{1}{T_r} \mathbf{I} + \omega \mathbf{J} \right] \boldsymbol{\psi}_r + \mathbf{u}_s - K_r \mathbf{u}_r \quad (9.10)$$

Aus den Gleichungen (9.10) und (9.5) werden daher die im Kapitel 2 gegebenen Gleichungen (2.14) und (2.15) formuliert:

$$\frac{d\mathbf{i}_s}{dt} = - \left(\frac{1}{\sigma} \left(\frac{1}{T_s} + \frac{1-\sigma}{T_r} \right) \mathbf{I} + \omega_a \mathbf{J} \right) \mathbf{i}_s + \frac{K_r}{\sigma L_s} \left(\frac{1}{T_r} \mathbf{I} - \omega \mathbf{J} \right) \boldsymbol{\psi}_r + \frac{1}{\sigma L_s} \mathbf{u}_s - \frac{K_r}{\sigma L_s} \mathbf{u}_r \quad (2.14)$$

$$\frac{d\boldsymbol{\psi}_r}{dt} = \frac{L_m}{T_r} \mathbf{i}_s - \left[\frac{1}{T_r} \mathbf{I} + (\omega_a - \omega) \mathbf{J} \right] \boldsymbol{\psi}_r + \mathbf{u}_r \quad (2.15)$$

9.2.2. Stromkomponenten einer Asynchronmaschine im stationären Betrieb

Im Kapitel 2 wurden die Maschinengleichungen einer Asynchronmaschine im stationären Zustand bezogen auf rotierende d - und q -Achsen dargestellt. Diese folgen:

$$\mathbf{u}_s = (R_s \mathbf{I} + \omega_a L_s \mathbf{J}) \mathbf{i}_s + \omega_a L_m \mathbf{J} \mathbf{i}_r \quad (2.19)$$

$$\mathbf{u}_r = (R_r \mathbf{I} + s \omega_a L_r \mathbf{J}) \mathbf{i}_r + s \omega_a L_m \mathbf{J} \mathbf{i}_s \quad (2.20)$$

Das lineare System der Gleichungen (2.19) und (2.20) kann nach den vier Komponenten der Ströme (Stator- und Rotorströme) gelöst werden. Daher werden durch die Gleichung (2.20) die Statorstromkomponenten geschrieben:

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_s &= -\frac{1}{s \omega_a L_m} \mathbf{J} [\mathbf{u}_r - (R_r \mathbf{I} + s \omega_a L_r \mathbf{J}) \mathbf{i}_r] \\ &= -\frac{1}{s \omega_a L_m} \mathbf{J} \mathbf{u}_r - \left[\frac{L_r}{L_m} \mathbf{I} - \frac{R_r}{s \omega_a L_m} \mathbf{J} \right] \mathbf{i}_r \end{aligned} \quad (9.11)$$

Ähnlich werden durch die Gleichung (2.19) die Rotorstromkomponenten geschrieben:

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_r &= -\frac{1}{\omega_a L_m} \mathbf{J} [\mathbf{u}_s - (R_s \mathbf{I} + \omega_a L_s \mathbf{J}) \mathbf{i}_s] \\ &= -\frac{1}{\omega_a L_m} \mathbf{J} \mathbf{u}_s - \left[\frac{L_s}{L_m} \mathbf{I} - \frac{R_s}{\omega_a L_m} \mathbf{J} \right] \mathbf{i}_s \end{aligned} \quad (9.12)$$

Die folgenden Gleichungen mit der Identität- \mathbf{I} und Rotationsmatrix \mathbf{J} sind hilfreich für die mathematische Herleitung, die in diesem Abschnitt vorgestellt wird:

$$[a\mathbf{I} + b\mathbf{J}]^{-1} = \begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{a^2 + b^2} \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix} = \frac{1}{a^2 + b^2} [a\mathbf{I} - b\mathbf{J}] \quad (9.13)$$

$$\begin{aligned} [a\mathbf{I} + b\mathbf{J}][c\mathbf{I} + d\mathbf{J}] &= \begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c & -d \\ d & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ac - bd & -(ad + bc) \\ ad + bc & ac - bd \end{bmatrix} = \\ &= [(ac - bd)\mathbf{I} + (ad + bc)\mathbf{J}] \end{aligned} \quad (9.14)$$

$$\mathbf{J}^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -\mathbf{I} \quad (9.15)$$

Nach Einsetzen der Gleichung (9.12) in die Gleichung (9.11) erhält man:

$$\mathbf{i}_s = -\frac{1}{s\omega_a L_m} \mathbf{J} \mathbf{u}_r - \left[\frac{L_r}{L_m} \mathbf{I} - \frac{R_r}{s\omega_a L_m} \mathbf{J} \right] \left[-\frac{1}{\omega_a L_m} \mathbf{J} \mathbf{u}_s - \left[\frac{L_s}{L_m} \mathbf{I} - \frac{R_s}{\omega_a L_m} \mathbf{J} \right] \mathbf{i}_s \right] \quad (9.16)$$

welche sich wie folgt umstellen lässt:

$$\left[\left(\frac{R_r R_s}{s} - \omega_a^2 L_s L_r \sigma \right) \mathbf{I} + \omega_a \left(L_r R_s + \frac{R_r L_s}{s} \right) \mathbf{J} \right] \mathbf{i}_s = -\frac{\omega_a L_m}{s} \mathbf{J} \mathbf{u}_r + \left[\frac{R_r}{s} \mathbf{I} + L_r \omega_a \mathbf{J} \right] \mathbf{u}_s \quad (9.17)$$

Die Matrix, die den Vektor \mathbf{i}_s multipliziert, muss invertiert werden. Ihre Determinante wird hierfür berechnet:

$$\begin{aligned} &\left(\frac{R_r R_s}{s} - \omega_a^2 L_s L_r \sigma \right)^2 + \omega_a^2 \left(L_r R_s + \frac{R_r L_s}{s} \right)^2 = \\ &= \frac{R_r^2 R_s^2}{s^2} + \omega_a^4 L_s^2 L_r^2 \sigma^2 + L_r^2 R_s^2 \omega_a^2 + \frac{R_r^2 L_s^2}{s^2} \omega_a^2 + 2 \frac{R_r R_s L_r L_s}{s} \omega_a^2 (1 - \sigma) \\ &= \frac{R_r^2 R_s^2}{s^2} \left(1 + s^2 \omega_a^4 T_s^2 T_r^2 \sigma^2 + T_r^2 \omega_a^2 s^2 + T_s^2 \omega_a^2 + 2s T_r T_s \omega_a^2 (1 - \sigma) \right) \\ &= \frac{R_r^2 R_s^2}{s^2} \frac{\Delta}{\sigma L_m} \end{aligned} \quad (9.18)$$

wobei der Koeffizient Δ anhand der im Kapitel 2 eingeführten Bezeichnungen folgendermaßen definiert wird:

$$\Delta = \sigma L_m \left[1 + T_s^2 \omega_a^2 + 2T_s T_r (1 - \sigma) \omega_a^2 s + T_r^2 \omega_a^2 (1 + \sigma^2 T_s^2 \omega_a^2) s^2 \right]$$

Für die Berechnung des Vektors \mathbf{i}_s gilt:

$$\begin{aligned}
\mathbf{i}_s &= \frac{s^2 \sigma L_m}{R_r^2 R_s^2 \Delta} \left[\left(\frac{R_r R_s}{s} - \omega_a^2 L_s L_r \sigma \right) \mathbf{I} - \omega_a \left(L_r R_s + \frac{R_r L_s}{s} \right) \mathbf{J} \right] \\
&\quad \left[-\frac{\omega_a L_m}{s} \mathbf{J} \mathbf{u}_r + \left[\frac{R_r}{s} \mathbf{I} + L_r \omega_a \mathbf{J} \right] \mathbf{u}_s \right] \\
&= \frac{s^2 \sigma L_m}{R_r^2 R_s^2 \Delta} \left[\left(\frac{R_r^2 R_s}{s^2} - \omega_a^2 L_s L_r \frac{R_r}{s} \sigma + \omega_a^2 L_r \left(L_r R_s + \frac{R_r L_s}{s} \right) \right) \mathbf{I} - \omega_a \left(\frac{R_r^2 L_s}{s} + \omega_a^2 L_r^2 L_s \sigma \right) \mathbf{J} \right] \mathbf{u}_s \\
&\quad + \frac{s^2 \sigma L_m}{R_r^2 R_s^2 \Delta} \left[-\omega_a^2 \frac{L_m}{s} \left(L_r R_s + \frac{R_r L_s}{s} \right) \mathbf{I} - \omega_a L_m \left(\frac{R_s R_r}{s^2} - \frac{\omega_a^2 L_r L_s \sigma}{s} \right) \mathbf{J} \right] \mathbf{u}_r
\end{aligned} \tag{9.19}$$

Diese kann wie folgt vereinfacht werden:

$$\begin{aligned}
\mathbf{i}_s &= \frac{1}{\Delta} \left[\left(\frac{\sigma L_m}{R_s} + \omega_a^2 L_r \frac{s^2 \sigma L_m}{R_r^2 R_s^2} \left(L_r R_s + \frac{R_r L_s}{s} (1 - \sigma) \right) \right) \mathbf{I} - \frac{\omega_a \sigma L_s L_m}{R_s^2} \left(1 + \frac{s^2 \sigma \omega_a^2 L_r^2}{R_r^2} \right) \mathbf{J} \right] \mathbf{u}_s \\
&\quad + \frac{1}{s \Delta} \left[-\frac{s^2 \sigma L_m^2 \omega_a^2}{R_r^2 R_s^2} \left(L_r R_s + \frac{R_r L_s}{s} \right) \mathbf{I} - \frac{s^2 \sigma \omega_a L_m^2}{R_r^2 R_s^2} \left(\frac{R_s R_r}{s} - \omega_a^2 L_r L_s \sigma \right) \mathbf{J} \right] \mathbf{u}_r
\end{aligned} \tag{9.20}$$

In einer kompakten Form kann die Gleichung (9.20) wie nach Gleichung (2.22) geschrieben werden:

$$\mathbf{i}_s = \frac{1}{\Delta} (d_1 \mathbf{I} + d_2 \mathbf{J}) \mathbf{u}_s + \frac{1}{s \Delta} (d_3 \mathbf{I} + d_4 \mathbf{J}) \mathbf{u}_r \tag{2.22}$$

wobei die Termen d_1 , d_2 , d_3 und d_4 wie im Kapitel 2 anhand der in demselben Kapitel eingeführten Bezeichnungen definiert werden:

$$d_1 = K_s T_s \sigma \left[1 + T_s T_r (1 - \sigma) \omega_a^2 s + T_r^2 \omega_a^2 s^2 \right]$$

$$d_2 = -K_s T_s^2 \sigma \omega_a \left(1 + \sigma T_r^2 \omega_a^2 s^2 \right)$$

$$d_3 = -\sigma T_s T_r (1 - \sigma) \omega_a^2 s (T_s + T_r s)$$

$$d_4 = -\sigma T_s T_r (1 - \sigma) \omega_a s (1 - \sigma T_s T_r \omega_a^2 s)$$

Mit einem ähnlichen Vorgehen werden auch die Rotorstromkomponenten wie nach Gleichung (2.23) spezifiziert:

$$\mathbf{i}_r = \frac{1}{\Delta} (d_3 \mathbf{I} + d_4 \mathbf{J}) \mathbf{u}_s + \frac{1}{\Delta} (d_5 \mathbf{I} + d_6 \mathbf{J}) \mathbf{u}_r \tag{2.23}$$

wobei die zusätzlichen Symbole wie folgt definiert sind:

$$d_5 = K_r T_r \sigma \left[1 + T_s^2 \omega_a^2 + T_s T_r (1 - \sigma) \omega_a^2 s \right]$$

$$d_6 = -K_r T_r^2 \sigma \omega_a s (1 + \sigma T_s^2 \omega_a^2)$$

9.2.3. Lyapunov-Funktion eines Zwei-Massen-Modells

In diesem Abschnitt werden die Voraussetzungen des Lyapunov-Lehrsatzes für die Funktion (3.17) eines Zwei-Massen-Modells nachgeprüft. Hierfür sind die Maschinenschwingungsgleichungen mit zwei Freiheitsgraden zu erinnern:

$$\frac{d\vartheta_g}{dt} = \Delta\omega_g \quad , \quad \frac{d\vartheta_t}{dt} = \Delta\omega_t \quad (3.14)$$

$$H_{mt} \frac{d\Delta\omega_t}{dt} = P_T - D_{mt} \frac{d\vartheta_t}{dt} - P_W (\vartheta_t - \vartheta_g) \quad (3.15)$$

$$H_{mg} \frac{d\Delta\omega_g}{dt} = -P_E - D_{mg} \frac{d\vartheta_g}{dt} + P_W (\vartheta_t - \vartheta_g) \quad (3.16)$$

Zur Erläuterung der Symbole siehe Abschnitt 3.2.2. Im gleichen Abschnitt wurde die Lyapunov-Funktion für ein Zwei-Massen-Modell gegeben, die im Folgenden wieder geschrieben wird:

$$\begin{aligned} V_{ZMM} &= V_K + V_P + V_W = \\ &= \frac{1}{2} H_{mt} \Delta\omega_t^2 + \frac{1}{2} H_{mg} \Delta\omega_g^2 - P_T (\vartheta_t - \vartheta_{t0}) + \int_{\vartheta_{g0}}^{\vartheta_t} P_E d\vartheta_g + \\ &\quad + T_W \left[\frac{(\vartheta_t^2 - \vartheta_{t0}^2) + (\vartheta_g^2 - \vartheta_{g0}^2)}{2} - \vartheta_g (\vartheta_t - \vartheta_{t0}) - \vartheta_t (\vartheta_g - \vartheta_{g0}) \right] \end{aligned} \quad (3.17)$$

Die erste Bedingung des Lyapunov-Lehrsatzes fordert, dass ein Gleichgewichtspunkt des Systems ein stationärer Punkt für die Funktion V_{ZMM} ist.

Es ist in der Gleichung (3.17) zu erkennen, dass der kinetische Teil V_K eine quadratische Funktion ist, deren Minimum in dem Gleichgewichtspunkt $\Delta\omega_t = 0$ und $\Delta\omega_g = 0$ liegt.

Außerdem, wie auch für das Ein-Massen-Modell gilt, befinden sich die Betriebspunkte der Maschine an den Schnittpunkten der Leistungs-Winkel-Kennlinie mit der mechanischen Leistungskennlinie. Mathematisch gesehen, wenn $\vartheta_t = \vartheta_{t0}$ und $\vartheta_g = \vartheta_{g0}$ ist das Integral von P_E gleich Null und auch der elastische Teil T_W ist gleich Null.

Die gesamte Funktion V_{ZMM} erreicht deshalb in einem Intervall um den stabilen Betriebspunkt nur in diesem den Wert Null.

Die Erfüllung der zweiten Bedingung des Lyapunov-Lehrsatzes wird, wie für das Ein-Massen-Modell gemacht, analytisch berechnet. Die Ableitung der Funktion V_{ZMM} nach der Zeit besteht aus der Summe der Zeitableitungen von V_K , V_P und V_W :

$$\dot{V}_K = \frac{\partial V_K}{\partial(\Delta\omega_t)} \frac{d(\Delta\omega_t)}{dt} + \frac{\partial V_K}{\partial(\Delta\omega_g)} \frac{d(\Delta\omega_g)}{dt} = H_{mt} \Delta\omega_t \frac{d(\Delta\omega_t)}{dt} + H_{mg} \Delta\omega_g \frac{d(\Delta\omega_g)}{dt} \quad (9.21)$$

$$\dot{V}_P = \frac{\partial V_P}{\partial \vartheta_t} \frac{d\vartheta_t}{dt} + \frac{\partial V_P}{\partial \vartheta_g} \frac{d\vartheta_g}{dt} = -P_T \frac{d\vartheta_t}{dt} + P_E \frac{d\vartheta_g}{dt} = -P_T \Delta\omega_t + P_E \Delta\omega_g \quad (9.22)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_W &= \frac{\partial V_W}{\partial \vartheta_t} \frac{d\vartheta_t}{dt} + \frac{\partial V_W}{\partial \vartheta_g} \frac{d\vartheta_g}{dt} = T_W(\vartheta_t - \vartheta_g) \frac{d\vartheta_t}{dt} + T_W(\vartheta_g - \vartheta_t) \frac{d\vartheta_g}{dt} \\ &= T_W(\vartheta_t - \vartheta_g) \Delta\omega_t + T_W(\vartheta_g - \vartheta_t) \Delta\omega_g \end{aligned} \quad (9.23)$$

Setzt man die Gleichungen (3.15) und (3.16) in die Gleichung (9.21) ein, kann man schreiben:

$$\begin{aligned} \dot{V}_K &= H_{mt} \Delta\omega_t \frac{d(\Delta\omega_t)}{dt} + H_{mg} \Delta\omega_g \frac{d(\Delta\omega_g)}{dt} \\ &= \left(P_T - D_{mt} \frac{d\vartheta_t}{dt} - T_W(\vartheta_t - \vartheta_g) \right) \Delta\omega_t + \left(-P_E - D_{mg} \frac{d\vartheta_g}{dt} + T_W(\vartheta_t - \vartheta_g) \right) \Delta\omega_g \end{aligned} \quad (9.24)$$

Aus der Summe von (9.24), (9.22) und (9.23) ergibt sich:

$$\dot{V}_{ZMM} = \dot{V}_K + \dot{V}_P + \dot{V}_W = -D_{mt} \Delta\omega_t^2 - D_{mg} \Delta\omega_g^2 \leq 0$$

da D_{mt} und D_{mg} positive Koeffizienten sind. Dieses Ergebnis beweist, dass V_{ZMM} eine Lyapunov-Funktion ist.